

数 学 II

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 30)

[1] $P(x)$ を係数が実数である x の整式とする。方程式 $P(x) = 0$ は虚数 $1 + \sqrt{2}i$ を解にもつとする。

(1) 虚数 $1 - \sqrt{2}i$ も $P(x) = 0$ の解であることを示そう。

$1 \pm \sqrt{2}i$ を解とする x の 2 次方程式で x^2 の係数が 1 であるものは

$$x^2 - \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}} = 0$$

である。 $S(x) = x^2 - \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$ とし、 $P(x)$ を $S(x)$ で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $R(x)$ とすると、次が成り立つ。

$$P(x) = \boxed{\text{ウ}}$$

また、 $S(x)$ は 2 次式であるから、 m, n を実数として、 $R(x)$ は

$$R(x) = mx + n$$

と表せる。ここで、 $1 + \sqrt{2}i$ が二つの方程式 $P(x) = 0$ と $S(x) = 0$ の解であることを用いれば $R(1 + \sqrt{2}i) = \boxed{\text{エ}}$ となるので、 $x = 1 + \sqrt{2}i$ を

$R(x) = mx + n$ に代入することにより、 $m = \boxed{\text{オ}}$ 、 $n = \boxed{\text{カ}}$ である

ことがわかる。したがって、 $\boxed{\text{キ}}$ であることがわかるので、 $1 - \sqrt{2}i$ も $P(x) = 0$ の解である。

(数学 II 第 1 問は次ページに続く。)

ウ の解答群

① $S(x)Q(x)R(x)$

① $S(x)R(x) + Q(x)$

② $R(x)Q(x) + S(x)$

③ $S(x)Q(x) + R(x)$

キ の解答群

① $P(x) = S(x)R(x)$

① $P(x) = Q(x)R(x)$

② $Q(x) = 0$

③ $R(x) = 0$

④ $S(x) = Q(x)R(x)$

⑤ $Q(x) = S(x)R(x)$

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

(2) k, ℓ を実数として

$$P(x) = 3x^4 + 2x^3 + kx + \ell$$

の場合を考える。このとき、 $P(x)$ を (1) の $S(x)$ で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $R(x)$ とすると

$$Q(x) = \boxed{\text{ク}}x^2 + \boxed{\text{ケ}}x + \boxed{\text{コ}}$$

$$R(x) = (k - \boxed{\text{サシ}})x + \ell - \boxed{\text{スセ}}$$

となる。 $P(x) = 0$ は $1 + \sqrt{2}i$ を解にもつので、(1) の考察を用いると

$$k = \boxed{\text{ソタ}}, \quad \ell = \boxed{\text{チツ}}$$

である。また、 $P(x) = 0$ の $1 + \sqrt{2}i$ 以外の解は

$$x = \boxed{\text{テ}} - \sqrt{\boxed{\text{ト}}}i, \quad \frac{-\boxed{\text{ナ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}i$$

であることがわかる。

(数学Ⅱ第1問は8ページに続く。)

数学Ⅱ

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて12, 13ページの常用対数表を用いてもよい。

花子さんは、あるスポーツドリンク(以下、商品S)の売り上げ本数が気温にどう影響されるかを知りたいと考えた。そこで、地区Aについて調べたところ、最高気温が22℃, 25℃, 28℃であった日の商品Sの売り上げ本数をそれぞれ N_1 , N_2 , N_3 とするとき

$$N_1 = 285, \quad N_2 = 368, \quad N_3 = 475$$

であった。このとき

$$\frac{N_2 - N_1}{25 - 22} < \frac{N_3 - N_2}{28 - 25}$$

であり、座標平面上の3点 $(22, N_1)$, $(25, N_2)$, $(28, N_3)$ は一つの直線上にはないので、花子さんは N_1 , N_2 , N_3 の対数を考えてみることにした。

(1) 常用対数表によると、 $\log_{10} 2.85 = 0.4548$ であるので

$$\log_{10} N_1 = \log_{10} 285 = 0.4548 + \boxed{\text{ネ}} = \boxed{\text{ネ}}.4548$$

である。この値の小数第4位を四捨五入したものを p_1 とすると

$$p_1 = \boxed{\text{ネ}}.455$$

である。同じように、 $\log_{10} N_2$ の値の小数第4位を四捨五入したものを p_2 とすると

$$p_2 = \boxed{\text{ノ}}.\boxed{\text{ハヒフ}}$$

である。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

さらに、 $\log_{10} N_3$ の値の小数第 4 位を四捨五入したものを p_3 とすると

$$\frac{p_2 - p_1}{25 - 22} = \frac{p_3 - p_2}{28 - 25}$$

が成り立つことが確かめられる。したがって

$$\frac{p_2 - p_1}{25 - 22} = \frac{p_3 - p_2}{28 - 25} = k$$

とおくとき、座標平面上の 3 点 $(22, p_1)$, $(25, p_2)$, $(28, p_3)$ は次の方程式が表す直線上にある。

$$y = k(x - 22) + p_1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

いま、 N を正の実数とし、座標平面上の点 $(x, \log_{10} N)$ が $\textcircled{1}$ の直線上にあるとする。このとき、 x と N の関係式として、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{3}$ のうち、正しいものは である。

の解答群

- $\textcircled{0}$ $N = 10 k(x - 22) + p_1$
- $\textcircled{1}$ $N = 10 \{k(x - 22) + p_1\}$
- $\textcircled{2}$ $N = 10^{k(x-22) + p_1}$
- $\textcircled{3}$ $N = p_1 \cdot 10^{k(x-22)}$

(数学Ⅱ第 1 問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

- (2) 花子さんは、地区 A で最高気温が 32°C になる日の商品 S の売り上げ本数を予想することにした。 $x = 32$ のときに関係式 $\boxed{\text{へ}}$ を満たす N の値は $\boxed{\text{ホ}}$ の範囲にある。そこで、花子さんは売り上げ本数が $\boxed{\text{ホ}}$ の範囲に入るだろうと考えた。

$\boxed{\text{ホ}}$ の解答群

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 440 以上 450 未満 | ① 450 以上 460 未満 |
| ② 460 以上 470 未満 | ③ 470 以上 480 未満 |
| ④ 650 以上 660 未満 | ⑤ 660 以上 670 未満 |
| ⑥ 670 以上 680 未満 | ⑦ 680 以上 690 未満 |
| ⑧ 890 以上 900 未満 | ⑨ 900 以上 910 未満 |
| ⑨ 910 以上 920 未満 | ⑩ 920 以上 930 未満 |

(数学Ⅱ第1問は12ページに続く。)

数学Ⅱ

常用対数表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996

数学Ⅱ

第2問 (配点 30)

〔1〕 縦の長さが9 cm，横の長さが24 cmの長方形の厚紙がある。この厚紙から容積が最大となる箱を作る。このとき，箱にふたがない場合とふたがある場合で容積の最大値がどう変わるかを調べたい。ただし，厚紙の厚さは考えず，作る箱の形を直方体とみなす。

- (1) 厚紙の四隅から図1のように四つの合同な正方形の斜線部分を切り取り，破線にそって折り曲げて，ふたのない箱を作る。この箱の容積を $V \text{ cm}^3$ とする。

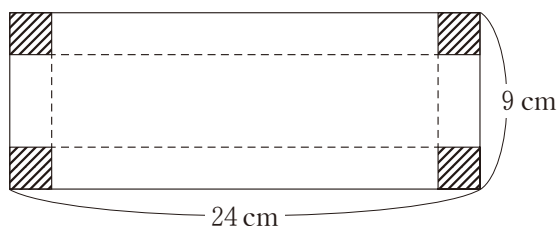


図1 ふたのない箱を作る場合

次の構想に基づいて箱の容積の最大値を考える。

構想

図1のように切り取る斜線部分の正方形の一辺の長さを $x \text{ cm}$ とする。 V を x の関数として表し，箱が作れる x の値の範囲に注意して V の最大値を考える。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

箱が作れるための x のとり得る値の範囲は $0 < x < \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。 V

を x の式で表すと

$$V = \boxed{\text{ウ}} x^3 - \boxed{\text{エオ}} x^2 + \boxed{\text{カキク}} x$$

であり、 V は $x = \boxed{\text{ケ}}$ で最大値 $\boxed{\text{コサシ}}$ をとる。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

(2) 厚紙の四隅から図2のように四つの斜線部分を切り取り，破線にそって折り曲げて，ふたでぴったりと閉じることのできる箱を作る。この箱の容積を $W \text{ cm}^3$ とする。

図2の四つの斜線部分のうち，左側二つの斜線部分をそれぞれ一辺の長さが $x \text{ cm}$ の正方形とすると，右側二つの斜線部分は，それぞれ縦の長さが $x \text{ cm}$ ，横の長さが $\boxed{\text{ス}}$ cm の長方形となる。

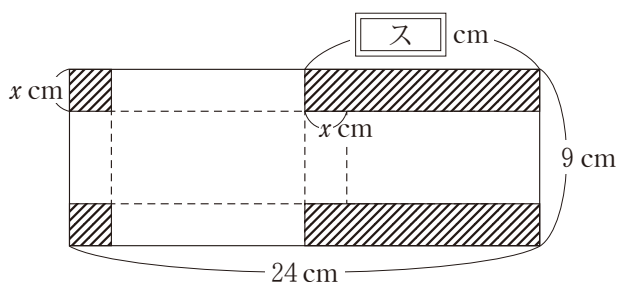


図2 ふたのある箱を作る場合

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

- | | | |
|------|--------------|--------------|
| ① 6 | ④ $(6 - x)$ | ⑦ $(6 + x)$ |
| ② 12 | ⑤ $(12 - x)$ | ⑧ $(12 + x)$ |
| ③ 18 | ⑥ $(18 - x)$ | |

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

太郎さんと花子さんは、 W を x の式で表した後、(1)の結果を見ながら W の最大値の求め方について話している。

太郎： W の式がわかったから、 W の最大値は(1)と同じように求められるね。

花子：ちょっと待って。 W を表す式と(1)の V を表す式は似ているね。
 W を表す式と V を表す式の関係を利用できないかな。

(1)の V が最大値をとるときの x の値を x_0 とする。 W の最大値は(1)で求めた V の最大値 。また、 W が最大値をとる x は .

の解答群

- | | |
|------------------------|------------|
| ① の $\frac{1}{4}$ 倍である | ① の 4 倍である |
| ② の $\frac{1}{3}$ 倍である | ③ の 3 倍である |
| ④ の $\frac{1}{2}$ 倍である | ⑤ の 2 倍である |
| ⑥ と等しくなる | |

の解答群

- ① ただ一つあり、その値は x_0 より小さい
- ② ただ一つあり、その値は x_0 より大きい
- ③ ただ一つあり、その値は x_0 と等しい
- ④ 二つ以上ある

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

- (3) 縦の長さが 9 cm, 横の長さが 24 cm の長方形に限らず, いろいろな長方形の厚紙から (1), (2) と同じようにふたのない箱とふたのある箱を作る。このとき

ふたのある箱の容積の最大値が, ふたのない箱の容積の最大値

ということが成り立つための長方形についての記述として, 次の①~④のうち, 正しいものは である。

の解答群

- ① 縦の長さが 9 cm, 横の長さが 24 cm の長方形のときのみ成り立つ。
- ② 縦の長さが 9 cm, 横の長さが 24 cm の長方形のときと, 縦の長さが 24 cm, 横の長さが 9 cm の長方形のときのみ成り立つ。
- ③ 縦と横の長さの比が 3 : 8 の長方形のときのみ成り立つ。
- ④ 縦と横の長さの比が 3 : 8 の長方形のときと, 縦と横の長さの比が 8 : 3 の長方形のときのみ成り立つ。
- ⑤ 縦と横の長さに関係なくどのような長方形のときでも成り立つ。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

〔2〕 $1^2 + 2^2 + \dots + 10^2$ をある関数の定積分で表すことを考えよう。

- (1) すべての実数 t に対して、 $\int_t^{t+1} f(x) dx = t^2$ となる 2 次関数 $f(x)$ を求めよう。

$$\int_t^{t+1} 1 dx = \boxed{\text{チ}}$$

$$\int_t^{t+1} x dx = t + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

$$\int_t^{t+1} x^2 dx = t^2 + t + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。また、 l, m, n を定数とし、 $f(x) = lx^2 + mx + n$ とおくと

$$\int_t^{t+1} f(x) dx = lt^2 + (l + m)t + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}l + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}m + n$$

を得る。このことから、 t についての恒等式

$$t^2 = lt^2 + (l + m)t + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}l + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}m + n$$

を得る。よって、 $l = \boxed{\text{ニ}}$ 、 $m = \boxed{\text{ヌネ}}$ 、 $n = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ とわかる。

- (2) (1) で求めた $f(x)$ を用いれば、次が成り立つ。

$$1^2 + 2^2 + \dots + 10^2 = \int_1^{\boxed{\text{ヒフ}}} f(x) dx$$

数学Ⅱ

第3問 (配点 20)

方程式 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) が表す円を C とし、原点 O を通り傾きが k である直線 $y = kx$ を l とする。円 C と直線 l が異なる2点で交わる時、二つの交点を P_1, P_2 とし、それらの x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする。また線分 P_1P_2 の中点を P とする。

(1) 円 C の中心の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ であり、円 C が y 軸に接するときの r の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 円 C と直線 l の方程式より y を消去すると

$$(1+k^2)x^2 - 2x + 1 - r^2 = 0$$

が得られる。これより

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{エ}}, \quad \alpha\beta = \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。

$\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|---------------------|----------------------|-------------------------|--------------------------|
| ① $\frac{2}{1+k^2}$ | ② $-\frac{2}{1+k^2}$ | ③ $\frac{1-r^2}{1+k^2}$ | ④ $-\frac{1-r^2}{1+k^2}$ |
| ⑤ 2 | ⑥ -2 | ⑦ $1-r^2$ | ⑧ $-(1-r^2)$ |

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

数学 II

- (3) $r = \frac{2}{3}$ の場合を考える。円 C と直線 l が共有点をもつような k の値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}} \leq k \leq \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

円 C と直線 l が接するときの接点について考える。直線 l の傾き k が正である場合の接点を Q_1 とし、傾き k が負である場合の接点を Q_2 とするとき、 Q_1 と Q_2

の x 座標はどちらも $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(数学 II 第 3 問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

- (4) $r = \frac{2}{3}$ の場合を考える。円 C と直線 l が異なる 2 点 P_1, P_2 で交わるように、 k の値を変化させる。このときの、線分 P_1P_2 の中点 P の軌跡を求めよう。点 P の座標を (x, y) とすると

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2} \dots\dots\dots ①$$

$$y = kx \dots\dots\dots ②$$

である。ここで、 $x > 0$ であるので、②より $k = \frac{y}{x}$ と表すことができる。さらに①と②の $\alpha + \beta = \boxed{\text{エ}}$ から

$$\left(x - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)^2 + y^2 = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \dots\dots\dots ③$$

が得られる。方程式③が表す図形を C' とすると、 C' は $\boxed{\text{ソ}}$ であり、求め

る軌跡は C' のうち、 $x > \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ を満たす部分である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

- ① 原点 $(0, 0)$ と円 C の中心を直径の両端とする円
- ② 点 $(\frac{1}{3}, 0)$ と円 C の中心を直径の両端とする円
- ③ 原点 $(0, 0)$ を中心とし、円 C の中心を通る円
- ④ 点 $(\frac{1}{3}, 0)$ を中心とし、円 C の中心を通る円

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

- (5) 原点 O が円 C の内部にある場合を考えよう。以下, $r = 3$ とする。 k の値を変化させるとき, 線分 $P_1 P_2$ の中点 P は の上を動く。

の解答群

- ① 原点 $(0, 0)$ と円 C の中心を直径の両端とする円
- ② 点 $(-2, 0)$ と円 C の中心を直径の両端とする円
- ③ 原点 $(0, 0)$ を中心とし, 円 C の中心を通る円
- ④ 点 $(-2, 0)$ を中心とし, 円 C の中心を通る円

数学Ⅱ

第4問 (配点 20)

- (1) 関数 $y = \sin 3x + \cos 3x$ のグラフについて調べよう。

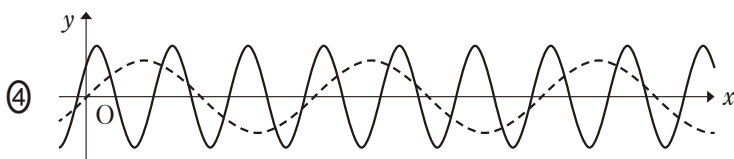
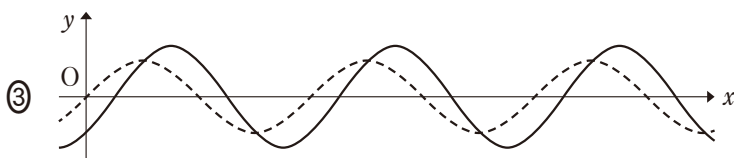
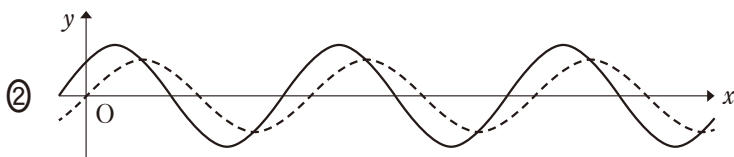
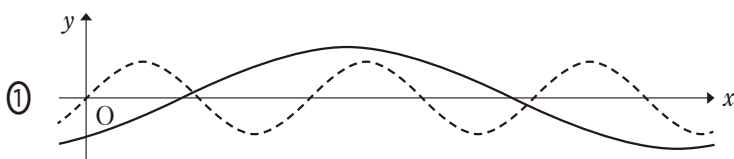
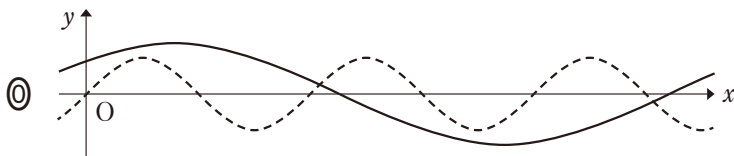
$$\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{\boxed{\text{ア}}} \sin \left(3x + \frac{\pi}{\boxed{\text{イ}}} \right)$$

が成り立つ。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

関数 $y = \sin 3x + \cos 3x$ のグラフを実線で表したものは **ウ** である。

ウ については、最も適当なものを、次の ①～⑤ のうちから一つ選べ。ただし、①～⑤ では、関数 $y = \sin x$ のグラフをそれぞれ破線で表してある。



(数学 II 第 4 問は次ページに続く。)

数学Ⅱ

- (2) 太郎さんと花子さんは、(1)の結果を見て、三角関数を含む関数のグラフについて話している。

太郎：(1)の関数 $y = \sin 3x + \cos 3x$ のグラフは、 $y = \sin x$ や $y = \cos x$ のグラフと同じような形だね。

花子： x の係数が異なるような、関数 $y = 2 \sin x + \cos 2x$ のグラフはどうなるのかな。

- (i) 関数 $y = 2 \sin x + \cos 2x$ の最大値と最小値を調べよう。

$0 \leq x < 2\pi$ において、 $t = \sin x$ とおくと、 t のとり得る値の範囲は、 $-1 \leq t \leq 1$ である。このとき、 y を t を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{エオ}} t^2 + \boxed{\text{カ}} t + 1$$

となる。

$x = \frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}$, $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ のとき、 y は最大値 $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。ただし、

$\frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}} < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ とする。

$x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ のとき、 y は最小値 $\boxed{\text{セソ}}$ をとる。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

(ii) 太郎さんと花子さんは、(i)の結果をもとにグラフの形を予想し、グラフ表示ソフトを用いて確かめてみた。

関数 $y = 2 \sin x + \cos 2x$ のグラフを実線で表したものは 夕 である。

夕 については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。ただし、①～⑤では、関数 $y = 2 \sin x$ のグラフをそれぞれ破線で表してある。

