Ｂ５サイズで
作成しています

令和７年度大学入学共通テスト
試作問題『数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ』

［100 点］

○ 試験時間　70 分

○ 出題範囲　「数学Ⅱ」，「数学Ｂ」及び「数学Ｃ」の内容から出題

「数学Ｂ」及び「数学Ｃ」については，数列（数学Ｂ），統計的な推測（数学Ｂ），ベクトル（数学Ｃ），平面上の曲線と複素数平面（数学Ｃ）の４項目に対応した出題とし，４項目のうち３項目の内容の問題を選択解答する。

問題	選択方法
第１問	必答
第２問	必答
第３問	必答
第４問	いずれか３問を選択し，解答
第５問	
第６問	
第７問	

○ 作成の趣旨及び留意点

本試作問題は，令和７年度大学入学共通テストの出題科目『数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ』について具体的なイメージの共有のために作成・公表するものです。

本試作問題は専門家により作成されたものですが，過去の大学入試センター試験や大学入学共通テストと同様の問題作成や点検のプロセスを経たものではありません。

なお，本試作問題の第５問及び第７問は新規に作成したものですが、それ以外の問題は令和３年度大学入学共通テスト本試験（１月 17 日実施）で出題された問題を充てています。

令和７年度大学入学共通テストの出題内容については，本試作問題の作成を踏まえつつ，引き続き検討することとしています。

※　本試作問題に関する説明は，「試作問題「数学」の概要」を御覧ください。

数学Ⅱ，数学B，数学C

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	必　　答
第４問	いずれか３問を選択し，解答しなさい。
第５問	
第６問	
第７問	

（注）この科目には，選択問題があります。（1ページ参照。）

第１問（必答問題）（配点　15）

⑴　次の**問題A**について考えよう。

$\boxed{\text{問題A}}$　関数 $y=\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta\ \left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の最大値を求めよ。

$$\sin\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \cos\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}=\frac{1}{2}$$

であるから，三角関数の合成により

$$y=\boxed{\text{イ}}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}\right)$$

と変形できる。よって，y は $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

⑵　p を定数とし，次の**問題B**について考えよう。

$\boxed{\text{問題B}}$　関数 $y=\sin\theta+p\cos\theta\ \left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の最大値を求めよ。

（i）　$p=0$ のとき，y は $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

(ii)　$p>0$のときは，加法定理

$$\cos(\theta-\alpha)=\cos\theta\cos\alpha+\sin\theta\sin\alpha$$

を用いると

$$y=\sin\theta+p\cos\theta=\sqrt{\boxed{キ}}\cos(\theta-\alpha)$$

と表すことができる。ただし，α は

$$\sin\alpha=\frac{\boxed{ク}}{\sqrt{\boxed{キ}}}\ ,\ \cos\alpha=\frac{\boxed{ケ}}{\sqrt{\boxed{キ}}}\ ,\ 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$$

を満たすものとする。このとき，y は$\theta=$ $\boxed{コ}$ で最大値

$\sqrt{\boxed{サ}}$ をとる。

(iii)　$p<0$のとき，y は $\theta=$ $\boxed{シ}$ で最大値 $\boxed{ス}$ をとる。

$\boxed{キ}$ ～ $\boxed{ケ}$ ，$\boxed{サ}$ ，$\boxed{ス}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ -1	① 1	② $-p$
③ p	④ $1-p$	⑤ $1+p$
⑥ $-p^2$	⑦ p^2	⑧ $1-p^2$
⑨ $1+p^2$	ⓐ $(1-p)^2$	ⓑ $(1+p)^2$

$\boxed{コ}$ ，$\boxed{シ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① α	② $\frac{\pi}{2}$

第２問（必答問題）（配点　15）

二つの関数 $f(x) = \dfrac{2^x + 2^{-x}}{2}$， $g(x) = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{2}$ について考える。

⑴　$f(0) = \boxed{\text{ア}}$， $g(0) = \boxed{\text{イ}}$ である。また，$f(x)$ は相加平均と相乗平均の関係から，$x = \boxed{\text{ウ}}$ で最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

$g(x) = -2$ となる x の値は $\log_2\left(\sqrt{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}\right)$ である。

⑵　次の①～④は，x にどのような値を代入してもつねに成り立つ。

$f(-x) = \boxed{\text{キ}}$ ………………………… ①

$g(-x) = \boxed{\text{ク}}$ ………………………… ②

$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \boxed{\text{ケ}}$ ………………………… ③

$g(2x) = \boxed{\text{コ}}\ f(x)g(x)$ ………………………… ④

$\boxed{\text{キ}}$， $\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $f(x)$	① $-f(x)$	② $g(x)$	③ $-g(x)$

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第２問は次ページに続く。）

(3) 花子さんと太郎さんは，$f(x)$ と $g(x)$ の性質について話している。

花子：①～④は三角関数の性質に似ているね。
太郎：三角関数の加法定理に類似した式（A）～（D）を考えてみたけど，つねに成り立つ式はあるだろうか。
花子：成り立たない式を見つけるために，式（A）～（D）の β に何か具体的な値を代入して調べてみたらどうかな。

太郎さんが考えた式

$f(\alpha-\beta)=f(\alpha)g(\beta)+g(\alpha)f(\beta)$ ……………………（A）

$f(\alpha+\beta)=f(\alpha)f(\beta)+g(\alpha)g(\beta)$ ……………………（B）

$g(\alpha-\beta)=f(\alpha)f(\beta)+g(\alpha)g(\beta)$ ……………………（C）

$g(\alpha+\beta)=f(\alpha)g(\beta)-g(\alpha)f(\beta)$ ……………………（D）

(1)，(2)で示されたことのいくつかを利用すると，式（A）～（D）のうち，$\boxed{サ}$ 以外の三つは成り立たないことがわかる。$\boxed{サ}$ は左辺と右辺をそれぞれ計算することによって成り立つことが確かめられる。

$\boxed{サ}$ の解答群

⓪ （A）	① （B）	② （C）	③ （D）

第３問（必答問題）（配点　22）

(1)　座標平面上で，次の二つの２次関数のグラフについて考える。

$$y = 3x^2 + 2x + 3 \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

$$y = 2x^2 + 2x + 3 \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

①，②の２次関数のグラフには次の**共通点**がある。

共通点

y 軸との交点における接線の方程式は $y =$ $\boxed{ア}$ $x +$ $\boxed{イ}$ である。

次の⓪～⑤の２次関数のグラフのうち，y 軸との交点における接線の方程式が $y =$ $\boxed{ア}$ $x +$ $\boxed{イ}$ となるものは $\boxed{ウ}$ である。

$\boxed{ウ}$ の解答群

⓪ $y = 3x^2 - 2x - 3$	① $y = -3x^2 + 2x - 3$
② $y = 2x^2 + 2x - 3$	③ $y = 2x^2 - 2x + 3$
④ $y = -x^2 + 2x + 3$	⑤ $y = -x^2 - 2x + 3$

a，b，c を０でない実数とする。

曲線 $y = ax^2 + bx + c$ 上の点 $\left(0,\ \boxed{エ}\right)$ における接線を ℓ とすると，その方程式は $y =$ $\boxed{オ}$ $x +$ $\boxed{カ}$ である。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第３問は次ページに続く。）

接線 ℓ と x 軸との交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

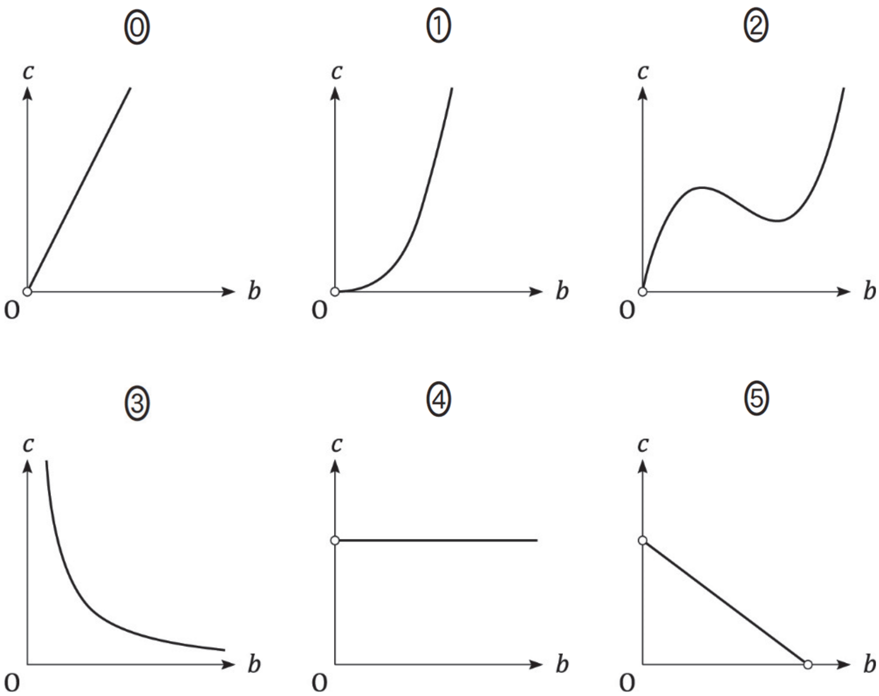
a，b，c が正の実数であるとき，曲線 $y = ax^2 + bx + c$ と接線 ℓ および直線 $x = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ で囲まれた図形の面積を S とすると

$$S = \frac{ac^{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}\,b^{\boxed{\text{シ}}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

である。

③において，$a = 1$ とし，S の値が一定となるように正の実数 b，c の値を変化させる。このとき，b と c の関係を表すグラフの概形は $\boxed{\text{ス}}$ である。

$\boxed{\text{ス}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。



（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第３問は次ページに続く。）

(2)　a，b，c，d を 0 でない実数とする。

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$とする。このとき，関数 $y = f(x)$のグラフとy 軸との交点における接線の方程式は $y = \boxed{セ}\ x + \boxed{ソ}$ となる。

次に，$g(x) = \boxed{セ}\ x + \boxed{ソ}$ とし，$f(x) - g(x)$ について考える。

$y = f(x)$ のグラフと$y = g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は $\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}$ と $\boxed{テ}$ である。また，x が $\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}$ と $\boxed{テ}$ の間を動くとき，$|f(x) - g(x)|$ の値が最大となるのは，$x = \dfrac{\boxed{トナニ}}{\boxed{ヌネ}}$ のときである。

（下書き用紙）

数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃの試験問題は次に続く。

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第４問（選択問題）（配点　16）

初項 3，公差 p の等差数列を $\{a_n\}$ とし，初項 3，公比 r の等比数列を $\{b_n\}$ とする。ただし，$p \fallingdotseq 0$ かつ $r \fallingdotseq 0$ とする。さらに，これらの数列が次を満たすとする。

$$a_n b_{n+1} - 2a_{n+1} b_n + 3b_{n+1} = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

(1) p と r の値を求めよう。自然数 n について，a_n，a_{n+1}，b_n はそれぞれ

$$a_n = \boxed{\text{ア}} + (n-1)p \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ア}} + np \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{③}$$

$$b_n = \boxed{\text{イ}}\, r^{n-1}$$

と表される。$r \fallingdotseq 0$ により，すべての自然数 n について，$b_n \fallingdotseq 0$ となる。

$\dfrac{b_{n+1}}{b_n} = r$ であることから，①の両辺を b_n で割ることにより

$$\boxed{\text{ウ}}\ a_{n+1} = r\left(a_n + \boxed{\text{エ}}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{④}$$

が成り立つことがわかる。④に②と③を代入すると

$$\left(r - \boxed{\text{オ}}\right)pn = r\left(p - \boxed{\text{カ}}\right) + \boxed{\text{キ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{⑤}$$

となる。⑤がすべての n で成り立つことおよび $p \fallingdotseq 0$ により，$r = \boxed{\text{オ}}$ を得る。さらに，このことから，$p = \boxed{\text{ク}}$ を得る。

以上から，すべての自然数 n について，a_n と b_n が正であることもわかる。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第４問は次ページに続く。）

(2) 数列 $\{a_n\}$ に対して，初項 3 の数列 $\{c_n\}$ が次を満たすとする。

$$a_n c_{n+1} - 4a_{n+1}c_n + 3c_{n+1} = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots\cdots \ ⑥$$

a_n が正であることから，⑥を変形して，$c_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}\ a_{n+1}}{a_n + \boxed{\text{コ}}}\ c_n$ を得る。

さらに，$p = \boxed{\text{ク}}$ であることから，数列 $\{c_n\}$ は $\boxed{\boxed{\text{サ}}}$ ことがわかる。

$\boxed{\boxed{\text{サ}}}$ の解答群

⓪ すべての項が同じ値をとる数列である
① 公差が 0 でない等差数列である
② 公比が 1 より大きい等比数列である
③ 公比が 1 より小さい等比数列である
④ 等差数列でも等比数列でもない

(3) q，u は定数で，$q \neq 0$とする。数列 $\{b_n\}$ に対して，初項 3 の数列 $\{d_n\}$ が次を満たすとする。

$$d_n b_{n+1} - q d_{n+1} b_n + u b_{n+1} = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots\cdots \ ⑦$$

$r = \boxed{\text{オ}}$ であることから，⑦を変形して，$d_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{q}(d_n + u)$ を得る。したがって，数列 $\{d_n\}$ が，公比が 0 より大きく 1 より小さい等比数列となるための必要十分条件は，$q > \boxed{\text{ス}}$ かつ $u = \boxed{\text{セ}}$ である。

第５問（選択問題）（配点　16）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 15 ページの正規分布表を用いてもよい。

花子さんは,マイクロプラスチックと呼ばれる小さなプラスチック片(以下,MP）による海洋中や大気中の汚染が，環境問題となっていることを知った。花子さんたち 49 人は，面積が 50 a（アール）の砂浜の表面にあるMP の個数を調べるため，それぞれが無作為に選んだ 20 ㎝ 四方の区画の表面から深さ 3 ㎝ までをすくい，MP の個数を研究所で数えてもらうことにした。そして，この砂浜の 1 区画あたりのMP の個数を確率変数 X として考えることにした。

このとき，X の母平均を m，母標準偏差を σ とし，標本 49 区画の 1 区画あたりの MP の個数の平均値を表す確率変数を $\overline{X}$ とする。

花子さんたちが調べた 49 区画では，平均値が 16，標準偏差が 2 であった。

(1)　砂浜全体に含まれる MP の全個数 M を推定することにする。

花子さんは，次の**方針**で M を推定することとした。

方針

砂浜全体には 20 ㎝四方の区画が 125000 個分あり，$M = 125000 \times m$ なので，M を $W = 125000 \times \overline{X}$ で推定する。

確率変数 $\overline{X}$ は，標本の大きさ 49 が十分に大きいので，平均 $\boxed{ア}$，標準偏差 $\boxed{イ}$ の正規分布に近似的に従う。

そこで，**方針**に基づいて考えると，確率変数 W は平均 $\boxed{ウ}$，標準偏差 $\boxed{エ}$ の正規分布に近似的に従うことがわかる。

このとき，X の母標準偏差 σ は標本の標準偏差と同じ $\sigma = 2$ と仮定すると，M に対する信頼度 95％の信頼区間は

$\boxed{オカキ} \times 10^4 \leqq M \leqq \boxed{クケコ} \times 10^4$

となる。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第５問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ m	① $4m$	② $7m$	③ $16m$	④ $49m$
⑤ X	⑥ $4X$	⑦ $7X$	⑧ $16X$	⑨ $49X$

$\boxed{\text{イ}}$ の解答群

⓪ σ	① 2σ	② 4σ	③ 7σ	④ 49σ
⑤ $\dfrac{\sigma}{2}$	⑥ $\dfrac{\sigma}{4}$	⑦ $\dfrac{\sigma}{7}$	⑧ $\dfrac{\sigma}{49}$	

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{16}{49}m$	① $\dfrac{4}{7}m$	② $49m$	③ $\dfrac{125000}{49}m$
④ $125000m$	⑤ $\dfrac{16}{49}\overline{X}$	⑥ $\dfrac{4}{7}\overline{X}$	⑦ $49\overline{X}$
⑧ $\dfrac{125000}{49}\overline{X}$	⑨ $125000\overline{X}$		

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{\sigma}{49}$	① $\dfrac{\sigma}{7}$	② 49σ	③ $\dfrac{125000}{49}\sigma$
④ $\dfrac{31250}{7}\sigma$	⑤ $\dfrac{125000}{7}\sigma$	⑥ 31250σ	⑦ 62500σ
⑧ 125000σ	⑨ 250000σ		

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第５問は次ページに続く。）

(2) 研究所が昨年調査したときには，1区画あたりの MP の個数の母平均が 15，母標準偏差が 2 であった。今年の母平均 m が昨年とは異なるといえるかを，有意水準 5%で仮説検定をする。ただし，母標準偏差は今年も$\sigma = 2$とする。

まず，帰無仮説は「今年の母平均は $\boxed{\text{サ}}$ 」であり，対立仮説は「今年の母平均は $\boxed{\text{シ}}$ 」である。

次に，帰無仮説が正しいとすると，$\overline{X}$ は平均 $\boxed{\text{ス}}$ ，標準偏差 $\boxed{\text{セ}}$ の正規分布に近似的に従うため，確率変数 $Z = \dfrac{\overline{X} - \boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ は標準正規分布に近似的に従う。

花子さんたちの調査結果から求めた Z の値を z とすると，標準正規分布において確率 $P(Z \leqq -|z|)$ と確率 $P(Z \geqq |z|)$ の和は0.05 よりも $\boxed{\text{ソ}}$ ので，有意水準 5%で今年の母平均 m は昨年と $\boxed{\text{タ}}$ 。

$\boxed{\text{サ}}$ ，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\overline{X}$ である	① m である
② 15 である	③ 16 である
④ $\overline{X}$ ではない	⑤ m ではない
⑥ 15 ではない	⑦ 16 ではない

$\boxed{\text{ス}}$ ，$\boxed{\text{セ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\dfrac{4}{49}$	① $\dfrac{2}{7}$	② $\dfrac{16}{49}$	③ $\dfrac{4}{7}$	④ 2
⑤ $\dfrac{15}{7}$	⑥ 4	⑦ 15	⑧ 16	

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

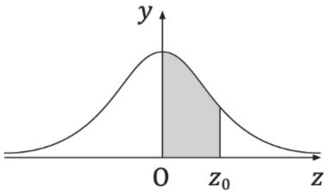
⓪ 大きい	① 小さい

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

⓪ 異なるといえる	① 異なるとはいえない

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第５問は次ページに続く。）

正　規　分　布　表



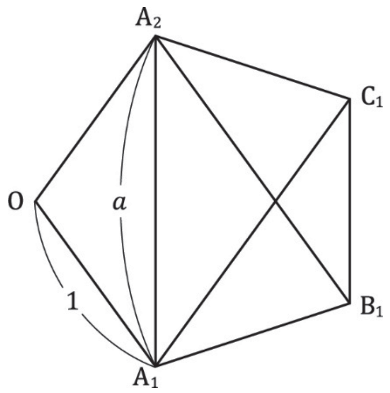
次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。

z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

第６問（選択問題）（配点　16）

1 辺の長さが 1 の正五角形の対角線の長さを a とする。

(1)　1 辺の長さが 1 の正五角形$\mathrm{OA_1B_1C_1A_2}$を考える。



正五角形の性質から$\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}}$ は平行であり，ここでは

$$\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}} = \boxed{\text{ア}}\ \overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}}$$

であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}}\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}}\left(\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_1}}\right)$$

また，$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$と$\overrightarrow{\mathrm{A_2B_1}}$は平行で，さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}$と$\overrightarrow{\mathrm{A_1C_1}}$も平行であることから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}} &= \overrightarrow{\mathrm{B_1A_2}} + \overrightarrow{\mathrm{A_2O}} + \overrightarrow{\mathrm{OA_1}} + \overrightarrow{\mathrm{A_1C_1}} \\ &= -\boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \overrightarrow{\mathrm{OA_1}} + \boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} \\ &= \left(\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}\right)\left(\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_1}}\right)\end{aligned}$$

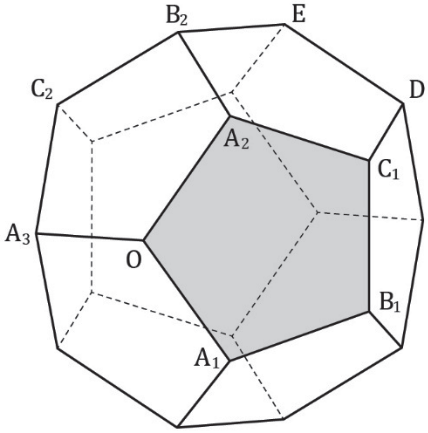
となる。したがって

$$\frac{1}{\boxed{\text{ア}}} = \boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}$$

が成り立つ。$a > 0$ に注意してこれを解くと，$a = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ を得る。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第６問は次ページに続く。）

⑵　下の図のような，1 辺の長さが 1 の正十二面体を考える。正十二面体とは，どの面もすべて合同な正五角形であり，どの頂点にも三つの面が集まっているへこみのない多面体のことである。



面$\mathrm{OA_1B_1C_1A_2}$に着目する。$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$と$\overrightarrow{\mathrm{A_2B_1}}$が平行であることから

$$\overrightarrow{\mathrm{OB_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \overrightarrow{\mathrm{A_2B_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$$

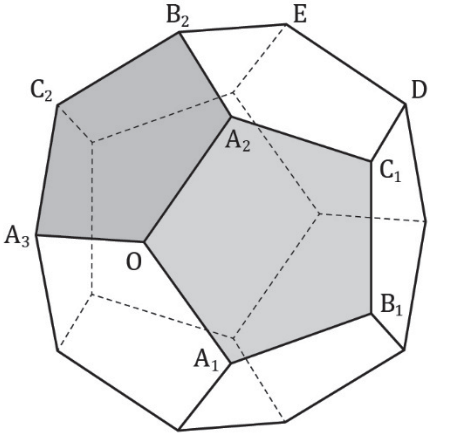
である。また

$$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} = \frac{\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{エ}}$ 〜 $\boxed{\text{カ}}$ は，文字 a を用いない形で答えること。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第６問は次ページに続く。）



次に，面$\mathrm{OA_2B_2C_2A_3}$に着目すると

$$\overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_3}} + \boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}$$

である。さらに

$$\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA_3}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_3}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA_1}} = \frac{\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

が成り立つことがわかる。ゆえに

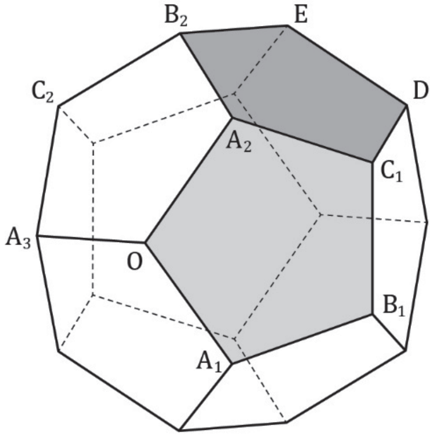
$$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \boxed{\text{キ}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{OB_1}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \boxed{\text{ク}}$$

である。

$\boxed{\text{キ}}$ ， $\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① 1	② -1	③ $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
④ $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$	⑤ $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$	⑥ $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$	⑦ $-\dfrac{1}{2}$
⑧ $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$	⑨ $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}$		

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第６問は次ページに続く。）



最後に，面 $A_2C_1DEB_2$ に着目する。

$$\overrightarrow{B_2D} = \boxed{\quad ア \quad} \overrightarrow{A_2C_1} = \overrightarrow{OB_1}$$

であることに注意すると，4 点 O，B_1，D，B_2 は同一平面上にあり，四角形 OB_1DB_2 は $\boxed{\quad ケ \quad}$ ことがわかる。

$\boxed{\quad ケ \quad}$ の解答群

⓪	正方形である
①	正方形ではないが，長方形である
②	正方形ではないが，ひし形である
③	長方形でもひし形でもないが，平行四辺形である
④	平行四辺形ではないが，台形である
⑤	台形でない

ただし，少なくとも一組の対辺が平行な四角形を台形という。

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第７問（選択問題）（配点　16）

〔1〕　a，b，c，d，f を実数とし，x，y の方程式

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + f = 0$$

について，この方程式が表す座標平面上の図形をコンピュータソフトを用いて表示させる。ただし，このコンピュータソフトでは a，b，c，d，f の値は十分に広い範囲で変化させられるものとする。

a，b，c，d，f の値を $a = 2$，$b = 1$，$c = -8$，$d = -4$，$f = 0$ とすると図１のように楕円が表示された。

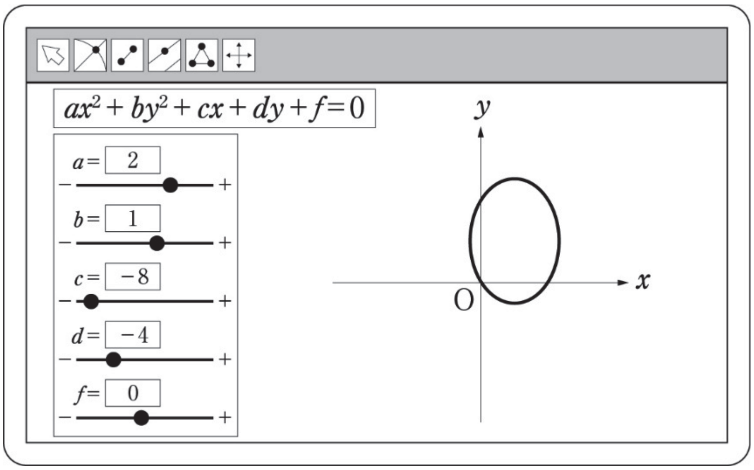


図１

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第７問は次ページに続く。）

方程式 $ax^2 + by^2 + cx + dy + f = 0$ の a，c，d，f の値は変えずに，b の値だけを $b \geqq 0$ の範囲で変化させたとき，座標平面上には $\boxed{\text{ア}}$ 。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪	つねに楕円のみが現れ，円は現れない
①	楕円，円が現れ，他の図形は現れない
②	楕円，円，放物線が現れ，他の図形は現れない
③	楕円，円，双曲線が現れ，他の図形は現れない
④	楕円，円，双曲線，放物線が現れ，他の図形は現れない
⑤	楕円，円，双曲線，放物線が現れ，また他の図形が現れることもある

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第７問は次ページに続く。）

〔2〕　太郎さんと花子さんは，複素数 w を一つ決めて，w，w^2，w^3，…によって複素数平面上に表されるそれぞれの点 A_1，A_2，A_3，…を表示させたときの様子をコンピュータソフトを用いて観察している。ただし，点 w は実軸より上にあるとする。つまり，w の偏角を $\arg w$ とするとき，$w \neq 0$ かつ $0 < \arg w < \pi$ を満たすとする。

図 1，図 2，図 3 は，w の値を変えて点 A_1，A_2，A_3，…，A_{20} を表示させたものである。ただし，観察しやすくするために，図 1，図 2，図 3 の間では，表示範囲を変えている。

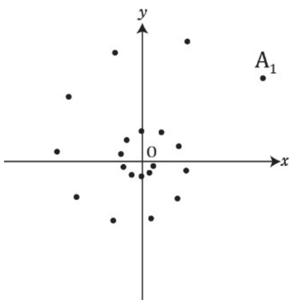


図 1

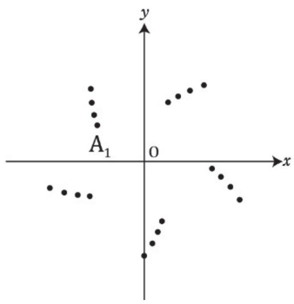


図 2

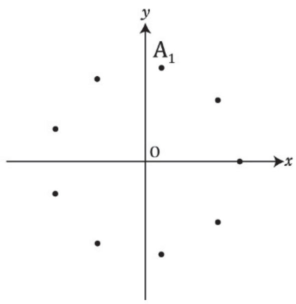


図 3

太郎：w の値によって，A_1 から A_{20} までの点の様子もずいぶんいろいろなパターンがあるね。あれ，図 3 は点が 20 個ないよ。

花子：ためしに A_{30} まで表示させても図 3 は変化しないね。同じところを何度も通っていくんだと思う。

太郎：図 3 に対して，A_1，A_2，A_3，…と線分で結んで点をたどってみると図 4 のようになったよ。なるほど，A_1 に戻ってきているね。

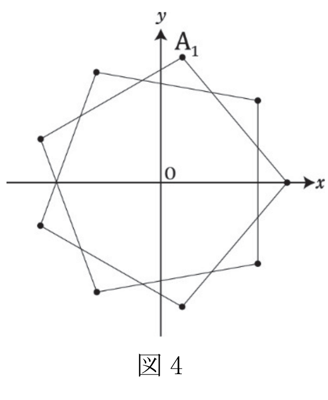


図 4

（数学Ⅱ，数学B，数学C第 7 問は次ページに続く。）

図４をもとに，太郎さんは，A_1，A_2，A_3，…と点をとっていって再びA_1に戻る場合に，点を順に線分で結んでできる図形について一般に考えることにした。すなわち，A_1とA_nが重なるようなnがあるとき，線分$\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$，$\mathrm{A}_2\mathrm{A}_3$，…，$\mathrm{A}_{n-1}\mathrm{A}_n$をかいてできる図形について考える。このとき，$w = w^n$に着目すると$|w| = \boxed{\text{イ}}$であることがわかる。また，次のことが成り立つ。

- $1 \leqq k \leqq n-1$に対して$\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1} = \boxed{\text{ウ}}$であり，つねに一定である。
- $2 \leqq k \leqq n-1$に対して$\angle \mathrm{A}_{k+1}\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k-1} = \boxed{\text{エ}}$であり，つねに一定である。ただし，$\angle \mathrm{A}_{k+1}\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k-1}$は，線分$\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}$を線分$\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k-1}$に重なるまで回転させた角とする。

花子さんは，$n = 25$のとき，すなわち，A_1とA_{25}が重なるとき，A_1からA_{25}までを順に線分で結んでできる図形が，正多角形になる場合を考えた。このようなwの値は全部で$\boxed{\text{オ}}$個である。また，このような正多角形についてどの場合であっても，それぞれの正多角形に内接する円上の点をzとすると，zはつねに$\boxed{\text{カ}}$を満たす。

$\boxed{\text{ウ}}$の解答群

⓪ $\lvert w+1\rvert$	① $\lvert w-1\rvert$	② $\lvert w\rvert+1$	③ $\lvert w\rvert-1$

$\boxed{\text{エ}}$の解答群

⓪ $\arg w$	① $\arg(-w)$	② $\arg \dfrac{1}{w}$	③ $\arg\left(-\dfrac{1}{w}\right)$

$\boxed{\text{カ}}$の解答群

⓪ $\lvert z\rvert = 1$	① $\lvert z-w\rvert = 1$	② $\lvert z\rvert = \lvert w+1\rvert$
③ $\lvert z\rvert = \lvert w-1\rvert$	④ $\lvert z-w\rvert = \lvert w+1\rvert$	⑤ $\lvert z-w\rvert = \lvert w-1\rvert$
⑥ $\lvert z\rvert = \dfrac{\lvert w+1\rvert}{2}$	⑦ $\lvert z\rvert = \dfrac{\lvert w-1\rvert}{2}$	