

自己採点用ワークシート
【数学Ⅰ・数学A】

[問題]

花子さんと太郎さんは、ある公園の銅像について、次の考察をしている。

花子：銅像と台座の高さや、広場の大きさを決めるのも難しそうね。
太郎：でも、近づけば大きく見えて、遠ざかれば小さく見えるということだけでしょ。
花子：写真を撮るとき、像からどのくらいの距離で撮れば、像全体が大きく見えるかしら。

見込む角とは、右図のように、銅像の上端Aと下端Bと見る人の目の位置Pによってできる $\angle APB$ のことである。

二人は、銅像を見込む角について、次の二つのことを仮定して考えることにした。

- ・地面は水平であり、直線ABは地面に対して垂直である。
- ・どの位置からも常に銅像全体は見える。



銅像に近づいたり離れたりすると、見込む角の大きさは変化する。見込む角が最大となるときの、見る人の足元の位置を「ベストスポット」とよぶこととする。この「ベストスポット」について、太郎さんは次のように考えた。

【太郎さんの考え】

3点A, B, Pを通る円の半径を R とすると、ABの長さは常に一定であることから、 $\angle APB$ が鋭角ならば、 $\angle APB$ が最大となるのは、 R が最小のときである。

$\angle APB$ が鋭角であることを確かめる方法を、 $\triangle ABP$ の3辺の長さAB, AP, BPについての式を用いて説明せよ。解答は、解答欄 (あ) に記述せよ。

ワーク 下の解答を自己採点します。

$\angle APB$ が鋭角ならば $\cos \angle APB > 0$ となるので、
余弦定理より $\cos \angle APB = \frac{AP^2 + BP^2 - AB^2}{2AP \cdot BP} > 0$
であることを確かめればよい。

《正答の条件》

次の (a) と (b) の両方について正しく記述している。

(a) ① 「 $\frac{AP^2 + BP^2 - AB^2}{2AP \cdot BP}$ 」または、② 「 AB^2 と $AP^2 + BP^2$ 」

(b) ① の場合は、それが正の値となること、
② の場合は、 AB^2 の値よりも $AP^2 + BP^2$ の値の方が大きいことを確かめる。

〈正答例①〉 余弦定理を用いて $\cos \angle APB = \frac{AP^2 + BP^2 - AB^2}{2AP \cdot BP}$ の値を計算し、
それが正の値となることを確かめる。

〈正答例②〉 AB^2 と $AP^2 + BP^2$ の値を計算し、
 AB^2 の値よりも $AP^2 + BP^2$ の値の方が大きいことを確かめる。

(注) いずれも、不等式を用いて記述してるものも可とする。

〔自己採点用紙〕

自己採点欄

正答	誤答	無解答	採点不能	自分の解答 不明
----	----	-----	------	-------------