

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 実数 a, b, c が

$$a + b + c = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

および

$$a^2 + b^2 + c^2 = 13 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

を満たしているとする。

(1) $(a + b + c)^2$ を展開した式において, ①と②を用いると

$$ab + bc + ca = \boxed{\text{アイ}}$$

であることがわかる。よって

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (2) $a - b = 2\sqrt{5}$ の場合に, $(a - b)(b - c)(c - a)$ の値を求めて
みよう。

$$b - c = x, c - a = y \text{ とおくと}$$

$$x + y = \boxed{\text{オカ}} \sqrt{5}$$

である。また, (1) の計算から

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{キク}}$$

が成り立つ。

これらより

$$(a - b)(b - c)(c - a) = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{5}$$

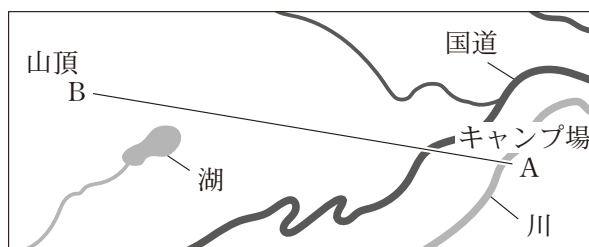
である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 41 ページの三角比の表を用いてもよい。

太郎さんと花子さんは，キャンプ場のガイドブックにある地図を見ながら，後のように話している。



参考図

太郎：キャンプ場の地点 A から山頂 B を見上げる角度はどれくらいかな。

花子：地図アプリを使って，地点 A と山頂 B を含む断面図を調べたら，図 1 のようになったよ。点 C は，山頂 B から地点 A を通る水平面に下ろした垂線とその水平面との交点のことだよ。

太郎：図 1 の角度 θ は，AC，BC の長さを定規で測って，三角比の表を用いて調べたら 16° だったよ。

花子：本当に 16° なの？ 図 1 の鉛直方向の縮尺と水平方向の縮尺は等しいのかな？

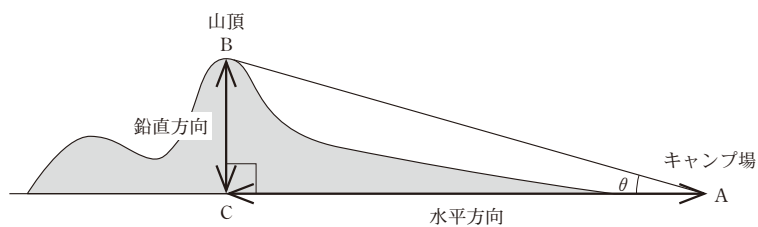


図 1

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

図 1 の θ はちょうど 16° であったとする。しかし、図 1 の縮尺は、水平方向が $\frac{1}{100000}$ であるのに対して、鉛直方向は $\frac{1}{25000}$ であった。

実際にキャンプ場の地点 A から山頂 B を見上げる角である $\angle BAC$ を考えると、 $\tan \angle BAC$ は 、 となる。したがって、 $\angle BAC$ の大きさは 。ただし、目の高さは無視して考えるものとする。

の解答群

- ① 3° より大きく 4° より小さい
- ② ちょうど 4° である
- ③ 4° より大きく 5° より小さい
- ④ ちょうど 16° である
- ⑤ 48° より大きく 49° より小さい
- ⑥ ちょうど 49° である
- ⑦ 49° より大きく 50° より小さい
- ⑧ 63° より大きく 64° より小さい
- ⑨ ちょうど 64° である
- ⑩ 64° より大きく 65° より小さい

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は 41 ページに続く。)

三角比の表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔3〕 外接円の半径が 3 である $\triangle ABC$ を考える。点 A から直線 BC に引いた垂線と直線 BC との交点を D とする。

(1) $AB = 5$, $AC = 4$ とする。このとき

$$\sin \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, \quad AD = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

(2) 2 辺 AB, AC の長さの間に $2AB + AC = 14$ の関係があるとする。

このとき, AB の長さのとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ト}} \leq AB \leq \boxed{\text{ナ}}$

であり

$$AD = \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} AB^2 + \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} AB$$

と表せるので, AD の長さの最大値は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 p, q を実数とする。

花子さんと太郎さんは、次の二つの 2 次方程式について考えている。

$$x^2 + px + q = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + qx + p = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

① または ② を満たす実数 x の個数を n とおく。

(1) $p = 4, q = -4$ のとき, $n = \boxed{\text{ア}}$ である。

また, $p = 1, q = -2$ のとき, $n = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $p = -6$ のとき, $n = 3$ になる場合を考える。

花子：例えば、① と ② をともに満たす実数 x があるときは $n = 3$ になりそうだね。

太郎：それを a としたら、 $a^2 - 6a + q = 0$ と $a^2 + qa - 6 = 0$ が成り立つよ。

花子：なるほど。それならば、 a^2 を消去すれば、 a の値が求められそうだね。

太郎：確かに a の値が求まるけど、実際に $n = 3$ となっているかどうかの確認が必要だね。

花子：これ以外にも $n = 3$ となる場合がありそうだね。

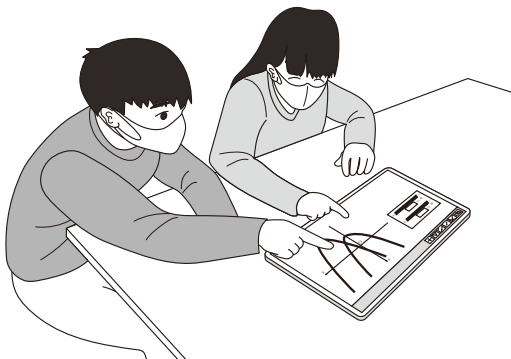
$n = 3$ となる q の値は

$$q = \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$ とする。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (3) 花子さんと太郎さんは、グラフ表示ソフトを用いて、①、②の左辺を y とおいた 2 次関数 $y = x^2 + px + q$ と $y = x^2 + qx + p$ のグラフの動きを考えている。



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

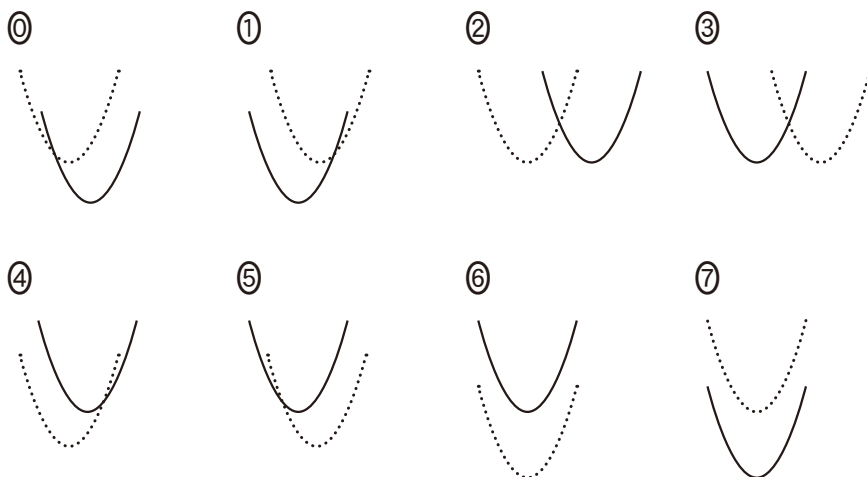
$p = -6$ に固定したまま, q の値だけを変化させる。

$$y = x^2 - 6x + q \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

$$y = x^2 + qx - 6 \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

の二つのグラフについて, $q = 1$ のときのグラフを点線で, q の値を 1 から増加させたときのグラフを実線でそれぞれ表す。このとき, ③のグラフの移動の様子を示すと **オ** となり, ④のグラフの移動の様子を示すと **カ** となる。

オ, **カ** については, 最も適当なものを, 次の①~⑦のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。なお, x 軸と y 軸は省略しているが, x 軸は右方向, y 軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (4) $\boxed{\text{ウ}} < q < \boxed{\text{エ}}$ とする。全体集合 U を実数全体の集合とし、
 U の部分集合 A, B を

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + q < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + qx - 6 < 0\}$$

とする。 U の部分集合 X に対し、 X の補集合を \overline{X} と表す。このとき、次のことが成り立つ。

- $x \in A$ は、 $x \in B$ であるための $\boxed{\text{キ}}$ 。
- $x \in B$ は、 $x \in \overline{A}$ であるための $\boxed{\text{ク}}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$ ， $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
 ② 十分条件であるが、必要条件ではない
 ③ 必要十分条件である
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 日本国外における日本語教育の状況を調べるために、独立行政法人国際交流基金では「海外日本語教育機関調査」を実施しており、各国における教育機関数、教員数、学習者数が調べられている。2018 年度において学習者数が 5000 人以上の国と地域(以下、国)は 29 か国であった。これら 29 か国について、2009 年度と 2018 年度のデータが得られている。

- (1) 各国において、学習者数を教員数で割ることにより、国ごとの「教員 1 人あたりの学習者数」を算出することができる。図 1 と図 2 は、2009 年度および 2018 年度における「教員 1 人あたりの学習者数」のヒストグラムである。これら二つのヒストグラムから、9 年間の変化に関して、後のことが読み取れる。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

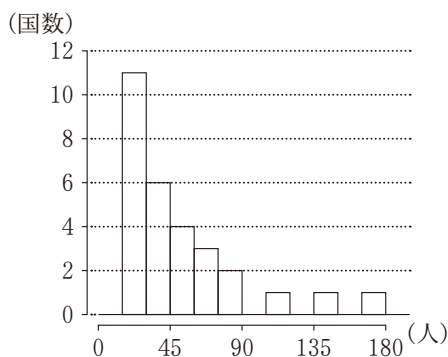


図 1 2009 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

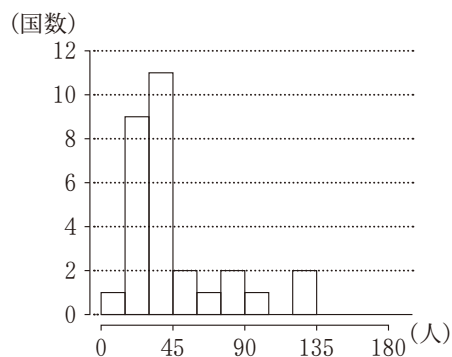


図 2 2018 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- 2009 年度と 2018 年度の中央値が含まれる階級の階級値を比較すると、。
- 2009 年度と 2018 年度の第 1 四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると、。
- 2009 年度と 2018 年度の第 3 四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると、。
- 2009 年度と 2018 年度の範囲を比較すると、。
- 2009 年度と 2018 年度の四分位範囲を比較すると、。

~ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 2018 年度の方が小さい
- ② 2018 年度の方が大きい
- ③ 両者は等しい
- ④ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 各国において、学習者数を教育機関数で割ることにより、「教育機関 1 機関あたりの学習者数」も算出した。図 3 は、2009 年度における「教育機関 1 機関あたりの学習者数」の箱ひげ図である。

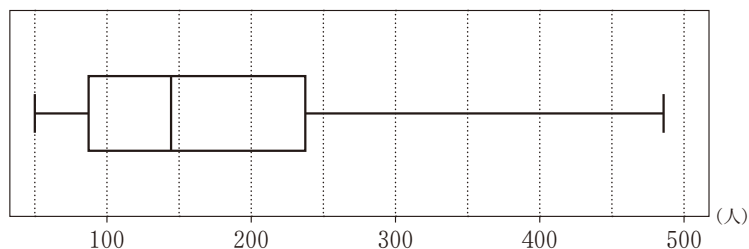


図 3 2009 年度における教育機関 1 機関あたりの学習者数の箱ひげ図

(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

2009 年度について、「教育機関 1 機関あたりの学習者数」(横軸)と「教員 1 人あたりの学習者数」(縦軸)の散布図は **セ** である。ここで、2009 年度における「教員 1 人あたりの学習者数」のヒストグラムである (1) の図 1 を、図 4 として再掲しておく。

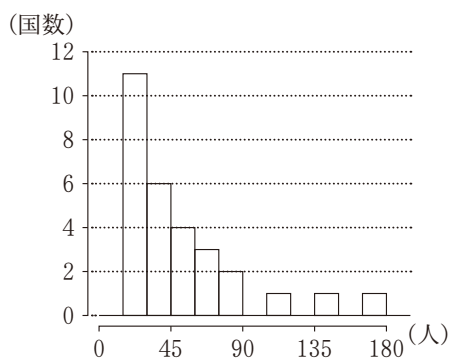


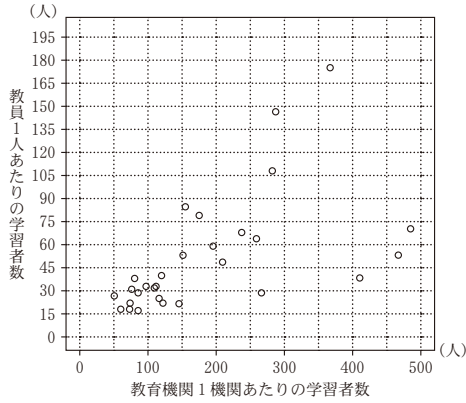
図 4 2009 年度における教員 1 人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金の Web ページにより作成)

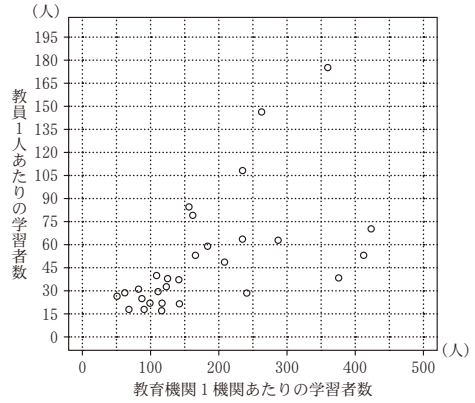
(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

セについては、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

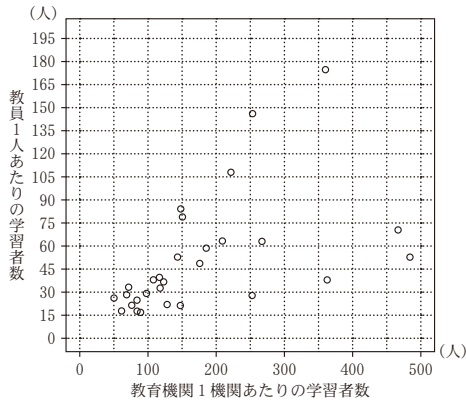
①



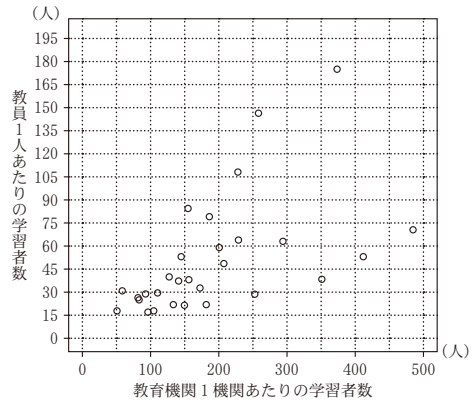
②



③



④



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 各国における 2018 年度の学習者数を 100 としたときの 2009 年度の学習者数 S 、および、各国における 2018 年度の教員数を 100 としたときの 2009 年度の教員数 T を算出した。

例えば、学習者数について説明すると、ある国において、2009 年度が 44272 人、2018 年度が 174521 人であった場合、2009 年度の学習者数 S は $\frac{44272}{174521} \times 100$ より 25.4 と算出される。

表 1 は S と T について、平均値、標準偏差および共分散を計算したものである。ただし、 S と T の共分散は、 S の偏差と T の偏差の積の平均値である。

表 1 の数値が四捨五入していない正確な値であるとして、 S と T の相関係数を求めると $\boxed{\text{ソ}}$. $\boxed{\text{タチ}}$ である。

表 1 平均値、標準偏差および共分散

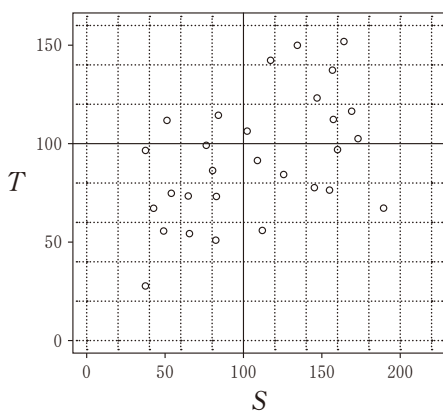
S の 平均値	T の 平均値	S の 標準偏差	T の 標準偏差	S と T の 共分散
81.8	72.9	39.3	29.9	735.3

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

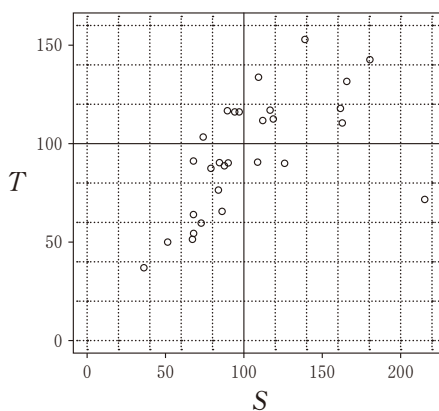
- (4) 表 1 と (3) で求めた相関係数を参考にすると、(3) で算出した 2009 年度の S (横軸) と T (縦軸) の散布図は ツ である。

ツ については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

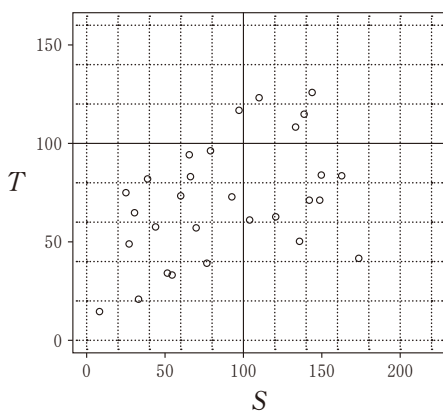
①



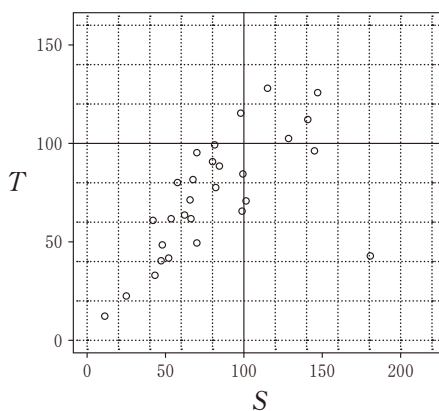
②



③



④



第 3 問 (選択問題) (配点 20)

複数人がそれぞれプレゼントを一つずつ持ち寄り、交換会を開く。ただし、プレゼントはすべて異なるとする。プレゼントの交換は次の手順で行う。

手順

外見が同じ袋を人数分用意し、各袋にプレゼントを一つずつ入れたうえで、各参加者に袋を一つずつでたために配る。各参加者は配られた袋の中のプレゼントを受け取る。

交換の結果、1 人でも自分の持参したプレゼントを受け取った場合は、交換をやり直す。そして、全員が自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったところで交換会を終了する。

(1) 2 人または 3 人で交換会を開く場合を考える。

(i) 2 人で交換会を開く場合、1 回目の交換で交換会が終了するプレゼントの受け取り方は 通りある。したがって、1 回目の交換で交換会が終了

する確率は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

(ii) 3 人で交換会を開く場合、1 回目の交換で交換会が終了するプレゼントの受け取り方は 通りある。したがって、1 回目の交換で交換会が終了

する確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

(iii) 3 人で交換会を開く場合、4 回以下の交換で交換会が終了する確率は

$\frac{\text{キク}}{\text{ケコ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 4人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率を次の構想に基づいて求めてみよう。

構想

1回目の交換で交換会が終了しないプレゼントの受け取り方の総数を求める。そのために、自分の持参したプレゼントを受け取る人数によって場合分けをする。

1回目の交換で、4人のうち、ちょうど1人が自分の持参したプレゼントを受け取る場合は $\boxed{\text{サ}}$ 通りあり、ちょうど2人が自分のプレゼントを受け取る場合は $\boxed{\text{シ}}$ 通りある。このように考えていくと、1回目のプレゼントの受け取り方のうち、1回目の交換で交換会が終了しない受け取り方の総数は $\boxed{\text{スセ}}$ である。

したがって、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

- (3) 5人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

- (4) A, B, C, D, Eの5人が交換会を開く。1回目の交換でA, B, C, Dがそれぞれ自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったとき、その回で交換会が終了する条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

- (1) $5^4 = 625$ を 2^4 で割ったときの余りは 1 に等しい。このことを用いると、不定方程式

$$5^4x - 2^4y = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

の整数解のうち、 x が正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{ア}}, y = \boxed{\text{イウ}}$$

であることがわかる。

また、 $\textcircled{1}$ の整数解のうち、 x が 2 桁の正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{エオ}}, y = \boxed{\text{カキク}}$$

である。

- (2) 次に、 625^2 を 5^5 で割ったときの余りと、 2^5 で割ったときの余りについて考えてみよう。

まず

$$625^2 = 5 \boxed{\text{ケ}}$$

であり、また、 $m = \boxed{\text{イウ}}$ とすると

$$625^2 = 2 \boxed{\text{ケ}} m^2 + 2 \boxed{\text{コ}} m + 1$$

である。これらより、 625^2 を 5^5 で割ったときの余りと、 2^5 で割ったときの余りがわかる。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(3) (2) の考察は、不定方程式

$$5^5 x - 2^5 y = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

の整数解を調べるために利用できる。

x, y を $\textcircled{2}$ の整数解とする。 $5^5 x$ は 5^5 の倍数であり、 2^5 で割ったときの余りは 1 となる。よって、 $\textcircled{2}$ により、 $5^5 x - 625^2$ は 5^5 でも 2^5 でも割り切れる。 5^5 と 2^5 は互いに素なので、 $5^5 x - 625^2$ は $5^5 \cdot 2^5$ の倍数である。

このことから、 $\textcircled{2}$ の整数解のうち、 x が 3 桁の正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{サシス}}, y = \boxed{\text{セソタチツ}}$$

であることがわかる。

(4) 11^4 を 2^4 で割ったときの余りは 1 に等しい。不定方程式

$$11^5 x - 2^5 y = 1$$

の整数解のうち、 x が正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{テト}}, y = \boxed{\text{ナニヌネノ}}$$

である。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

△ABC の重心を G とし、線分 AG 上で点 A とは異なる位置に点 D をとる。直線 AG と辺 BC の交点を E とする。また、直線 BC 上で辺 BC 上にはない位置に点 F をとる。直線 DF と辺 AB の交点を P、直線 DF と辺 AC の交点を Q とする。

(1) 点 D は線分 AG の中点であるとする。このとき、△ABC の形状に関係なく

$$\frac{AD}{DE} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。また、点 F の位置に関係なく

$$\frac{BP}{AP} = \boxed{\text{ウ}} \times \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad \frac{CQ}{AQ} = \boxed{\text{カ}} \times \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であるので、つねに

$$\frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。

$\boxed{\text{エ}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|------|------|------|------|
| ① BC | ② BF | ③ CF | ④ EF |
| ⑤ FP | ⑥ FQ | ⑦ PQ | |

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

- (2) $AB = 9$, $BC = 8$, $AC = 6$ とし, (1) と同様に, 点 D は線分 AG の中点であるとする。ここで, 4 点 B, C, Q, P が同一円周上にあるように点 F をとる。

このとき, $AQ = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} AP$ であるから

$$AP = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad AQ = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

であり

$$CF = \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。

- (3) $\triangle ABC$ の形状や点 F の位置に関係なく, つねに $\frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} = 10$ となるの

は, $\frac{AD}{DG} = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のときである。