

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

数 学 ②

〔数学Ⅱ・数学B〕

(100点
60分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 2 この問題冊子は、27 ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 4 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 5 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解 答 上 の 注 意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**， **イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)、又は文字(a～d)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

(例1) **アイウ** に $-8a$ と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**， **イウ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**ア**， **イウ** のように細字で表記します。

この解答上の注意は、問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

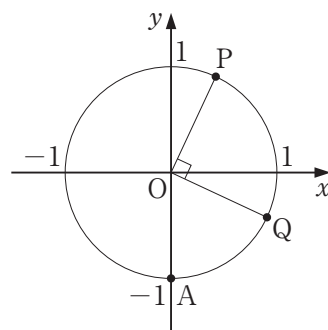
[1] Oを原点とする座標平面上に、点A(0, -1)と、中心がOで半径が1の円Cがある。円C上にy座標が正である点Pをとり、線分OPとx軸の正の部分とのなす角を θ ($0 < \theta < \pi$)とする。また、円C上にx座標が正である点Qを、つねに $\angle POQ = \frac{\pi}{2}$ となるようにとる。次の問いに答えよ。

(1) P, Qの座標をそれぞれ θ を用いて表すと

$$P(\text{ア}, \text{イ})$$

$$Q(\text{ウ}, \text{エ})$$

である。 $\text{ア} \sim \text{エ}$ に当てはまるものを、次の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。



① $\sin \theta$

② $\cos \theta$

③ $\tan \theta$

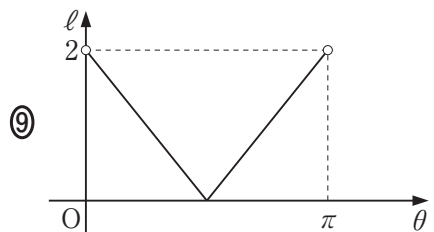
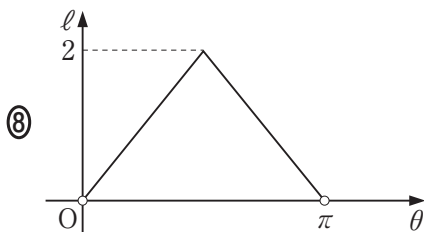
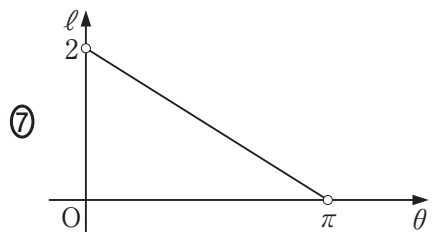
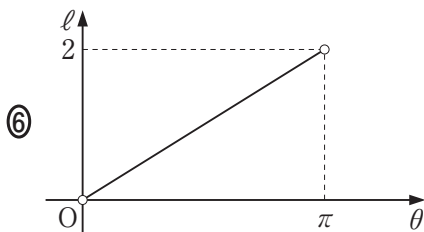
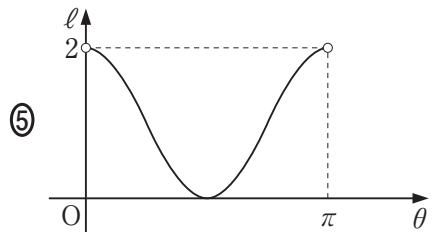
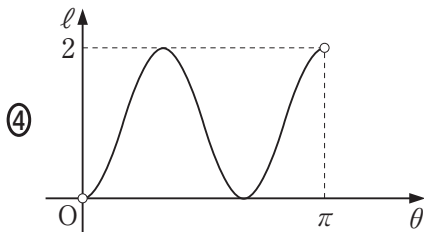
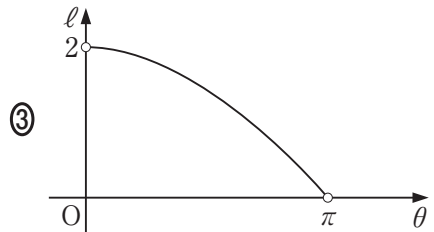
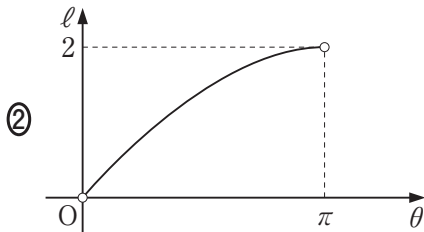
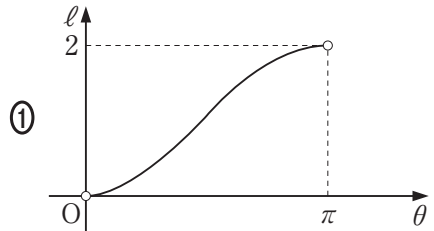
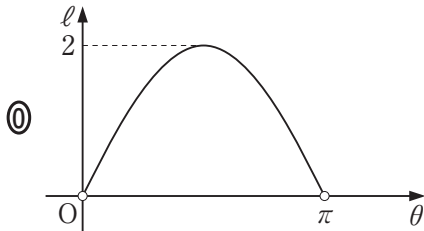
④ $-\sin \theta$

⑤ $-\cos \theta$

⑥ $-\tan \theta$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

- (2) θ は $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くものとする。このとき線分AQの長さ ℓ は θ の関数である。関数 ℓ のグラフとして最も適当なものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。 オ



(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

〔2〕 3次関数 $f(x)$ は、 $x = -1$ で極小値 $-\frac{4}{3}$ をとり、 $x = 3$ で極大値をとる。また、曲線 $y = f(x)$ は点 $(0, 2)$ を通る。

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は 次関数であり、 $f'(x)$ は

$$(x + \text{キ})(x - \text{ク})$$

で割り切れる。

(2) $f(x) = \frac{\text{ケコ}}{\text{サ}}x^3 + \text{シ}x^2 + \text{ス}x + \text{セ}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

- (3) 方程式 $f(x) = 0$ は、三つの実数解をもち、そのうち負の解は 個である。

また、 $f(x) = 0$ の解を a, b, c ($a < b < c$) とし、曲線 $y = f(x)$ の $a \leq x \leq b$ の部分と x 軸とで囲まれた図形の面積を S 、曲線 $y = f(x)$ の $b \leq x \leq c$ の部分と x 軸とで囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$\int_a^c f(x) dx = \text{タ}$$

である。 に当てはまるものを、次の①～⑧のうちから一つ選べ。

- ① 0 ② S ③ T ④ $-S$ ⑤ $-T$
 ⑥ $S + T$ ⑦ $S - T$ ⑧ $-S + T$ ⑨ $-S - T$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

[3]

(1) $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。このとき、 $10^{\boxed{\text{チ}}} = 2$, $2^{\boxed{\text{ツ}}} = 10$ となる。

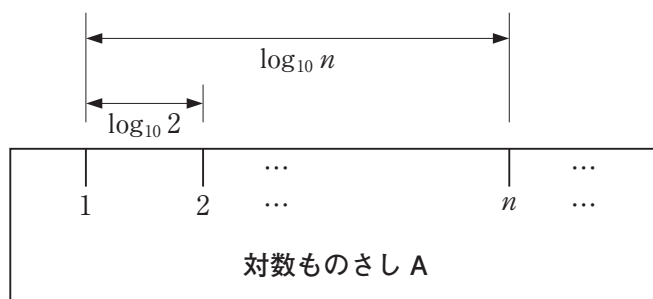
$\boxed{\text{チ}}$, $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

- | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| ① 0 | ④ 0.3010 | ⑦ -0.3010 |
| ② 0.6990 | ⑤ -0.6990 | ⑧ $\frac{1}{0.3010}$ |
| ③ $-\frac{1}{0.3010}$ | ⑥ $\frac{1}{0.6990}$ | ⑨ $-\frac{1}{0.6990}$ |

(2) 次のようにして対数ものさし A を作る。

対数ものさし A

2 以上の整数 n のそれぞれに対して、1 の目盛りから右に $\log_{10} n$ だけ離れた場所に n の目盛りを書く。

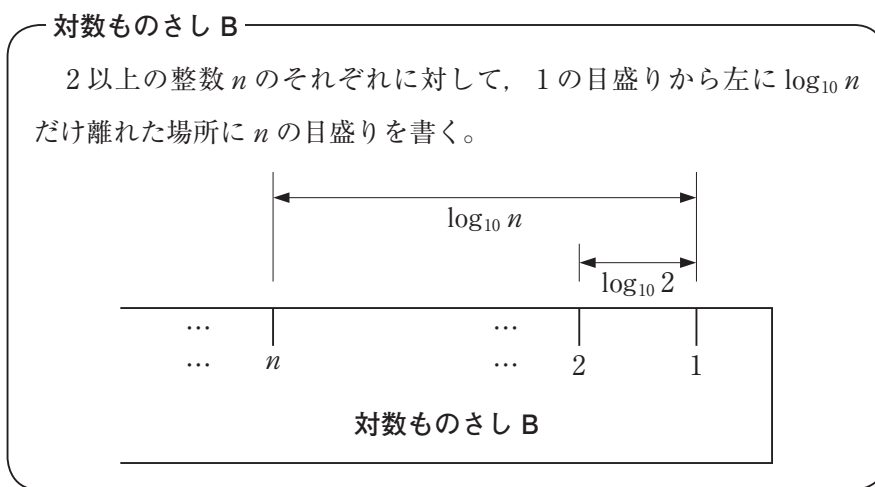


(i) 対数ものさし A において、3 の目盛りと 4 の目盛りの間隔は、1 の目盛りと 2 の目盛りの間隔 $\boxed{\text{テ}}$ 。 $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

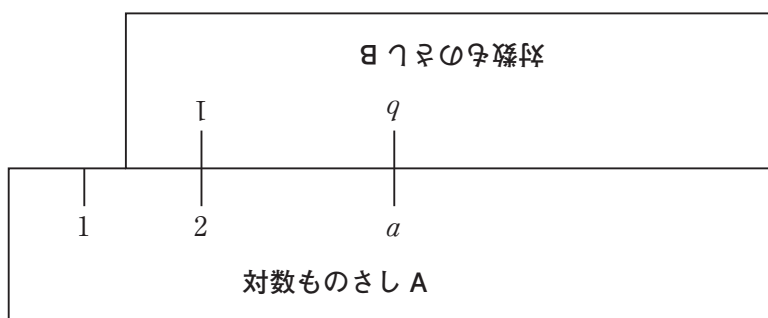
- ① より大きい ② に等しい ③ より小さい

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

また、次のようにして対数ものさし B を作る。



- (ii) 次の図のように、対数ものさし A の 2 の目盛りと対数ものさし B の 1 の目盛りを合わせた。このとき、対数ものさし B の b の目盛りに対応する対数ものさし A の目盛りは a になった。



a と b の関係について、いつでも成り立つ式を、次の①～③のうちから一つ選べ。 ト

① $a = b + 2$

① $a = 2b$

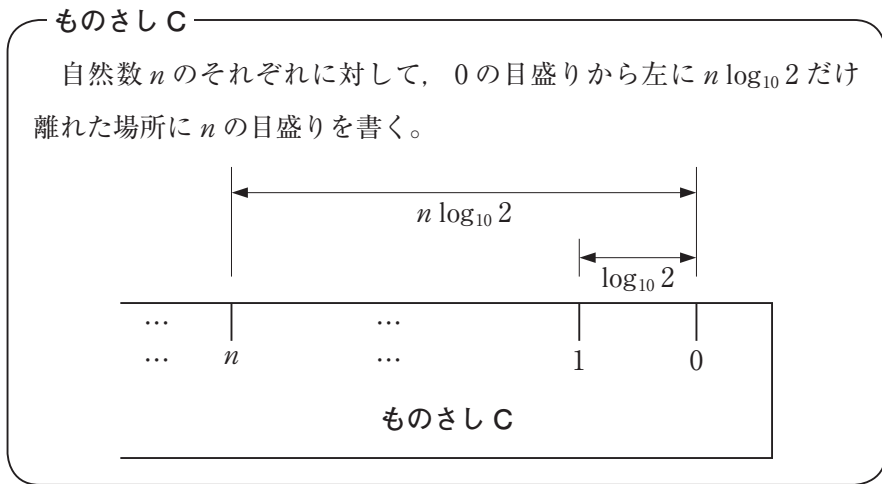
② $a = \log_{10}(b + 2)$

③ $a = \log_{10} 2b$

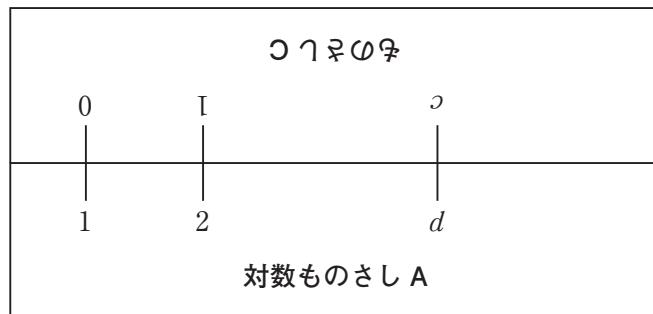
(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

さらに、次のようにしてものさしCを作る。



- (iii) 次の図のように対数ものさしAの1の目盛りともものさしCの0の目盛りを合わせた。このとき、ものさしCの c の目盛りに対応する対数ものさしAの目盛りは d になった。



c と d の関係について、いつでも成り立つ式を、次の①～③のうちから一つ選べ。 ナ

① $d = 2c$

① $d = c^2$

② $d = 2^c$

③ $c = \log_{10} d$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

- (iv) 対数ものさし A と対数ものさし B の目盛りを一度だけ合わせるか、
 対数ものさし A とものさし C の目盛りを一度だけ合わせることにする。
 このとき、適切な箇所の目盛りを読み取るだけで実行できるものを、次の①～⑤のうちからすべて選べ。 二

- ① 17 に 9 を足すこと。
- ② 23 から 15 を引くこと。
- ③ 13 に 4 をかけること。
- ④ 63 を 9 で割ること。
- ⑤ 2 を 4 乗すること。
- ⑥ $\log_2 64$ の値を求めること。

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

[1] 100 g ずつ袋詰めされている食品 A と B がある。1 袋あたりのエネルギーは食品 A が 200 kcal, 食品 B が 300 kcal であり, 1 袋あたりの脂質の含有量は食品 A が 4 g, 食品 B が 2 g である。

(1) 太郎さんは, 食品 A と B を食べるにあたり, エネルギーは 1500 kcal 以下に, 脂質は 16 g 以下に抑えたいと考えている。食べる量(g)の合計が最も多くなるのは, 食品 A と B をどのような量の組合せで食べるときかを調べよう。ただし, 一方のみを食べる場合も含めて考えるものとする。

(i) 食品 A を x 袋分, 食品 B を y 袋分だけ食べるとする。このとき, x, y は次の条件①, ②を満たす必要がある。

摂取するエネルギー量についての条件 …… ①

摂取する脂質の量についての条件 …… ②

, に当てはまる式を, 次の各解答群のうちから一つずつ選べ。

の解答群

① $200x + 300y \leq 1500$

① $200x + 300y \geq 1500$

② $300x + 200y \leq 1500$

③ $300x + 200y \geq 1500$

の解答群

① $2x + 4y \leq 16$

① $2x + 4y \geq 16$

② $4x + 2y \leq 16$

③ $4x + 2y \geq 16$

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

- (ii) x, y の値と条件①, ②の関係について正しいものを, 次の①~③のうちから二つ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。 ウ, エ

- ① $(x, y) = (0, 5)$ は条件①を満たさないが, 条件②は満たす。
 ② $(x, y) = (5, 0)$ は条件①を満たすが, 条件②は満たさない。
 ③ $(x, y) = (4, 1)$ は条件①も条件②も満たさない。
 ④ $(x, y) = (3, 2)$ は条件①と条件②をともに満たす。

- (iii) 条件①, ②をともに満たす (x, y) について, 食品 A と B を食べる量の合計の最大値を二つの場合で考えてみよう。

食品 A, B が 1 袋を小分けにして食べられるような食品のとき, すなわち x, y のとり得る値が実数の場合, 食べる量の合計の最大値は オカキ g である。このときの (x, y) の組は,

$$(x, y) = \left(\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}, \frac{\text{コ}}{\text{サ}} \right) \text{ である。}$$

次に, 食品 A, B が 1 袋を小分けにして食べられないような食品のとき, すなわち x, y のとり得る値が整数の場合, 食べる量の合計の最大値は シスセ g である。このときの (x, y) の組は ソ 通りある。

- (2) 花子さんは, 食品 A と B を合計 600 g 以上食べて, エネルギーは 1500 kcal 以下にしたい。脂質を最も少なくできるのは, 食品 A, B が 1 袋を小分けにして食べられない食品の場合, A を タ 袋, B を チ 袋食べるときで, そのときの脂質は ツテ g である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

[2]

(1) 座標平面上に点 A をとる。点 P が放物線 $y = x^2$ 上を動くとき、線分 AP の中点 M の軌跡を考える。

(i) 点 A の座標が $(0, -2)$ のとき、点 M の軌跡の方程式として正しいものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $y = x^2 - 1$ ② $y = 2x^2 - 1$ ③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = |x| - 1$ ⑤ $y = 2|x| - 1$ ⑥ $y = \frac{1}{2}|x| - 1$

(ii) p を実数とする。点 A の座標が $(p, -2)$ のとき、点 M の軌跡は(i)の軌跡を x 軸方向に だけ平行移動したものである。 に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① $\frac{1}{2}p$ ② p ③ $2p$

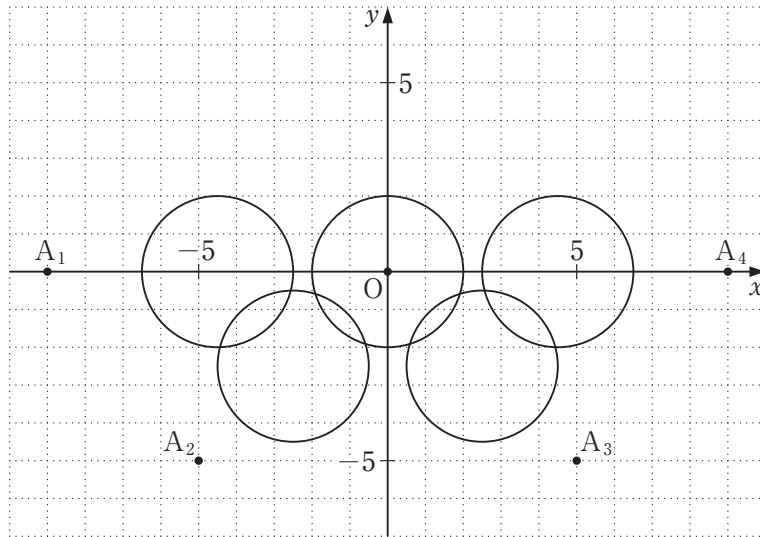
④ $-\frac{1}{2}p$ ⑤ $-p$ ⑥ $-2p$

(iii) p, q を実数とする。点 A の座標が (p, q) のとき、点 M の軌跡と放物線 $y = x^2$ との共有点について正しいものを、次の①～⑤のうちからすべて選べ。

- ① $q = 0$ のとき、共有点はずねに 2 個である。
- ② $q = 0$ のとき、共有点が 1 個になるのは $p = 0$ のときだけである。
- ③ $q = 0$ のとき、共有点は 0 個、1 個、2 個のいずれの場合もある。
- ④ $q < p^2$ のとき、共有点はずねに 0 個である。
- ⑤ $q = p^2$ のとき、共有点はずねに 1 個である。
- ⑥ $q > p^2$ のとき、共有点はずねに 0 個である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

- (2) ある円 C 上を動く点 Q がある。下の図は定点 $O(0, 0)$, $A_1(-9, 0)$, $A_2(-5, -5)$, $A_3(5, -5)$, $A_4(9, 0)$ に対して、線分 OQ , A_1Q , A_2Q , A_3Q , A_4Q のそれぞれの中点の軌跡である。このとき、円 C の方程式として最も適当なものを、下の①～⑦のうちから一つ選べ。 又



- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| ① $x^2 + y^2 = 1$ | ⑧ $x^2 + y^2 = 2$ |
| ② $x^2 + y^2 = 4$ | ⑨ $x^2 + y^2 = 16$ |
| ③ $x^2 + (y + 1)^2 = 1$ | ⑩ $x^2 + (y + 1)^2 = 2$ |
| ④ $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ | ⑪ $x^2 + (y + 1)^2 = 16$ |

数学Ⅱ・数学B 第3問～第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第3問 (選択問題) (配点 20)

昨年度実施されたある調査によれば、全国の大学生の1日あたりの読書時間の平均値は24分で、全く読書をしない大学生の比率は50%とのことであった。大規模P大学の学長は、P大学生の1日あたりの読書時間が30分以上であって欲しいと考えていたので、この調査結果に愕然とした。そこで今年度、P大学生から400人を標本として無作為抽出し、読書時間の実態を調査することにした。次の問いに答えよ。ただし、必要に応じて19ページの正規分布表を用いてもよい。

- (1) P大学生のうち全く読書をしない学生の母比率が、昨年度の全国調査の結果と同じ50%であると仮定する。

標本400人のうち全く読書をしない学生の人数の平均(期待値)は 人である。

また、標本の大きさ400は十分に大きいので、標本のうち全く読書をしない学生の比率の分布は、平均(期待値)0. , 標準偏差0. の正規分布で近似できる。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) P 大学生の読書時間は、母平均が昨年度の全国調査結果と同じ 24 分であると仮定し、母標準偏差を σ 分とおく。

(i) 標本の大きさ 400 は十分に大きいので、読書時間の標本平均の分布は、平均(期待値) \square クケ \square 分、標準偏差 $\frac{\sigma}{\square}$ コサ \square 分の正規分布で近似できる。

(ii) $\sigma = 40$ とする。読書時間の標本平均が 30 分以上となる確率は

0. \square シスセソ \square である。

また、 \square タ \square となる確率は、およそ 0.1587 である。 \square タ \square に当てはまる最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 大きさ 400 の標本とは別に無作為抽出する一人の学生の読書時間が 26 分以上
- ② 大きさ 400 の標本とは別に無作為抽出する一人の学生の読書時間が 64 分以下
- ③ P 大学の全学生の読書時間の平均が 26 分以上
- ④ P 大学の全学生の読書時間の平均が 64 分以下
- ⑤ 標本 400 人の読書時間の平均が 26 分以上
- ⑥ 標本 400 人の読書時間の平均が 64 分以下

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) P大学生の読書時間の母標準偏差を σ とし、標本平均を \bar{X} とする。P大学生の読書時間の母平均 m に対する信頼度95%の信頼区間を $A \leq m \leq B$ とするとき、標本の大きさ400は十分に大きいので、 A は \bar{X} と σ を用いて と表すことができる。

- (i) に当てはまる式を、次の①～⑦のうちから一つ選べ。

- | | |
|---|--|
| ① $\bar{X} - 0.95 \times \frac{\sigma}{20}$ | ① $\bar{X} - 0.95 \times \frac{\sigma}{400}$ |
| ② $\bar{X} - 1.64 \times \frac{\sigma}{20}$ | ③ $\bar{X} - 1.64 \times \frac{\sigma}{400}$ |
| ④ $\bar{X} - 1.96 \times \frac{\sigma}{20}$ | ⑤ $\bar{X} - 1.96 \times \frac{\sigma}{400}$ |
| ⑥ $\bar{X} - 2.58 \times \frac{\sigma}{20}$ | ⑦ $\bar{X} - 2.58 \times \frac{\sigma}{400}$ |

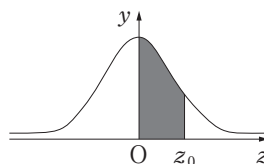
- (ii) 母平均 m に対する信頼度95%の信頼区間 $A \leq m \leq B$ の意味として、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 標本400人のうち約95%の学生は、読書時間が A 分以上 B 分以下である。
- ② P大学生全体のうち約95%の学生は、読書時間が A 分以上 B 分以下である。
- ③ P大学生全体から95%程度の学生を無作為抽出すれば、読書時間の標本平均は、 A 分以上 B 分以下となる。
- ④ 大きさ400の標本を100回無作為抽出すれば、そのうち95回程度は標本平均が m となる。
- ⑤ 大きさ400の標本を100回無作為抽出すれば、そのうち95回程度は信頼区間が m を含んでいる。
- ⑥ 大きさ400の標本を100回無作為抽出すれば、そのうち95回程度は信頼区間が \bar{X} を含んでいる。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の
灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問 (選択問題) (配点 20)

太郎さんと花子さんは、数列の漸化式に関する問題A、問題Bについて話している。二人の会話を読んで、下の問いに答えよ。

(1)

問題A 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 6, a_{n+1} = 3a_n - 8 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

花子：これは前に授業で学習した漸化式の問題だね。まず、 k を定数として、 $a_{n+1} = 3a_n - 8$ を $a_{n+1} - k = 3(a_n - k)$ の形に変形するといんだよね。

太郎：そうだね。そうすると公比が3の等比数列に結びつけられるね。

(i) k の値を求めよ。

$$k = \boxed{\text{ア}}$$

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_n = \boxed{\text{イ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^{n-1} + \boxed{\text{エ}}$$

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(2)

問題 B 次のように定められた数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_1 = 4, \quad b_{n+1} = 3b_n - 8n + 6 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

花子：求め方の方針が立たないよ。

太郎：そういうときは、 $n = 1, 2, 3$ を代入して具体的な数列の様子をみてみよう。

花子： $b_2 = 10, b_3 = 20, b_4 = 42$ となったけど…。

太郎：階差数列を考えてみたらどうかな。

数列 $\{b_n\}$ の階差数列 $\{p_n\}$ を、 $p_n = b_{n+1} - b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ と定める。

(i) p_1 の値を求めよ。

$$p_1 = \boxed{\text{オ}}$$

(ii) p_{n+1} を p_n を用いて表せ。

$$p_{n+1} = \boxed{\text{カ}} p_n - \boxed{\text{キ}}$$

(iii) 数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ。

$$p_n = \boxed{\text{ク}} \cdot \boxed{\text{ケ}}^{n-1} + \boxed{\text{コ}}$$

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(3) 二人は**問題 B**について引き続き会話をしている。

太郎：解ける道筋はついたけれど，漸化式で定められた数列の一般項の求め方は一通りではないと先生もおっしゃっていたし，他のやり方も考えてみようよ。

花子：でも，授業で学習した問題は，**問題 A**のタイプだけだよ。

太郎：では，**問題 A**の式変形の考え方を**問題 B**に応用してみようよ。**問題 B**の漸化式 $b_{n+1} = 3b_n - 8n + 6$ を，定数 s, t を用いて

$$\boxed{\text{サ}} = 3 \left(\boxed{\text{シ}} \right)$$

の式に変形してはどうか。

(i) $q_n = \boxed{\text{シ}}$ とおくと，太郎さんの変形により数列 $\{q_n\}$ が公比 3 の等比数列とわかる。このとき， $\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまる式を，次の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

① $b_n + sn + t$

② $b_{n+1} + sn + t$

③ $b_n + s(n+1) + t$

④ $b_{n+1} + s(n+1) + t$

(ii) s, t の値を求めよ。

$$s = \boxed{\text{スセ}}, t = \boxed{\text{ソ}}$$

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

- (4) 問題 B の数列は, (2)の方法でも(3)の方法でも一般項を求めることができる。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_n = \boxed{\text{タ}}^{n-1} + \boxed{\text{チ}}n - \boxed{\text{ツ}}$$

- (5) 次のように定められた数列 $\{c_n\}$ がある。

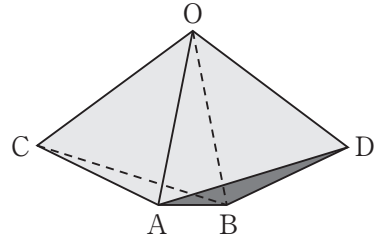
$$c_1 = 16, \quad c_{n+1} = 3c_n - 4n^2 - 4n - 10 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

$$c_n = \boxed{\text{テ}} \cdot \boxed{\text{ト}}^{n-1} + \boxed{\text{ナ}}n^2 + \boxed{\text{ニ}}n + \boxed{\text{ヌ}}$$

第5問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 右の図のような立体を考える。ただし、六つの面 OAC , OBC , OAD , OBD , ABC , ABD は1辺の長さが1の正三角形である。この立体の $\angle COD$ の大きさを調べたい。



線分 AB の中点を M , 線分 CD の中点を N とおく。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とおくととき、次の問いに答えよ。

- (i) 次の $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる数を求めよ。

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} (\vec{a} + \vec{b}), \quad \overrightarrow{ON} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} (\vec{c} + \vec{d})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{d} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

- (ii) 3点 O , N , M は同一直線上にある。内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CN}$ の値を用いて、 $\overrightarrow{ON} = k\overrightarrow{OM}$ を満たす k の値を求めよ。

$$k = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (iii) $\angle COD = \theta$ とおき, $\cos \theta$ の値を求めたい。次の方針 1 または方針 2 について, ~ に当てはまる数を求めよ。

方針 1

\vec{d} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表すと,

$$\vec{d} = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \vec{a} + \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \vec{b} - \vec{c}$$

であり, $\vec{c} \cdot \vec{d} = \cos \theta$ から $\cos \theta$ が求められる。

方針 2

\vec{OM} と \vec{ON} のなす角を考えると, $\vec{OM} \cdot \vec{ON} = |\vec{OM}| |\vec{ON}| \cos \theta$ が成り立つ。

$$|\vec{ON}|^2 = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} + \frac{1}{2} \cos \theta$$

であるから, $\vec{OM} \cdot \vec{ON}$, $|\vec{OM}|$ の値を用いると, $\cos \theta$ が求められる。

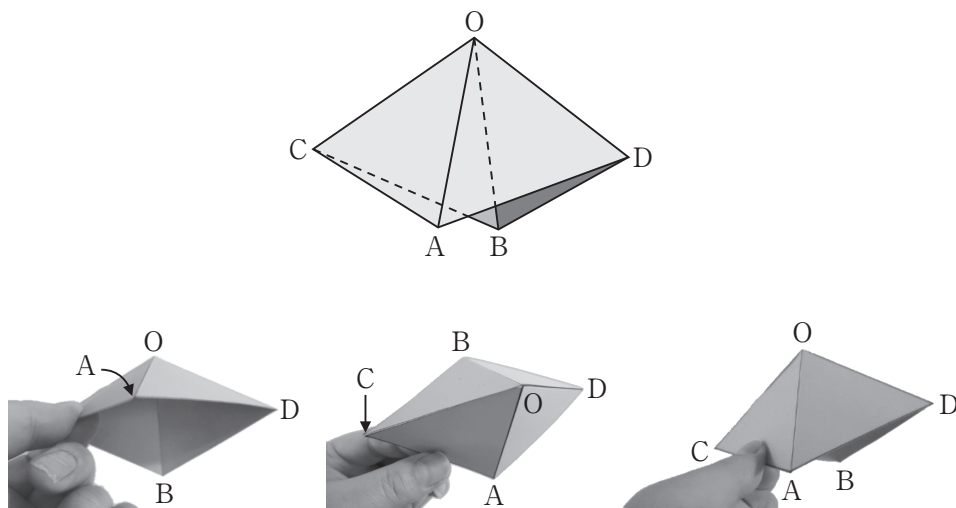
- (iv) 方針 1 または方針 2 を用いて $\cos \theta$ の値を求めよ。

$$\cos \theta = \frac{\text{スセ}}{\text{ソ}}$$

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (2) (1)の図形から、四つの面 OAC , OBC , OAD , OBD だけを使って、下のよ
うな図形を作成したところ、この図形は $\angle AOB$ を変化させると、それにとも
なって $\angle COD$ も変化することがわかった。



$\angle AOB = \alpha$, $\angle COD = \beta$ とおき, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ とする。このときも, 線分 AB の中点と線分 CD の中点および点 O は一直線上にある。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(i) α と β が満たす関係式は(1)の方針2を用いると求めることができる。その関係式として正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 タ

① $\cos \alpha + \cos \beta = 1$

② $(1 + \cos \alpha)(1 + \cos \beta) = 1$

③ $(1 + \cos \alpha)(1 + \cos \beta) = -1$

④ $(1 + 2 \cos \alpha)(1 + 2 \cos \beta) = \frac{2}{3}$

⑤ $(1 - \cos \alpha)(1 - \cos \beta) = \frac{2}{3}$

(ii) $\alpha = \beta$ のとき、 $\alpha = \text{チツ}^\circ$ であり、このとき、点Dは テ にある。
チツ に当てはまる数を求めよ。また、テ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 平面 ABC に関して O と同じ側

② 平面 ABC 上

③ 平面 ABC に関して O と異なる側

また、「すべて選べ」と指示のある問いに対して、複数解答する場合は、同じ解答欄に符号、数字又は文字を複数マークしなさい。例えば、

工

と表示のある問いに対して①、④と解答する場合は、次の(例2)のように解答欄工の①、④にそれぞれマークしなさい。

(例2)

工	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	a	b	c	d
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、

オカ
キ

に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで⑩にマークしなさい。

例えば、

ク

.

ケコ

に2.5と答えたいときには、2.50として答えなさい。

5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、

サ

 $\sqrt{\text{シ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。