試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

H

数　学 ①　〔数学Ⅰ・数学A〕

（100点 70分）

Ⅰ　注意事項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。

2　この問題冊子は，29ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　**選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　試験終了後の問題冊子の取扱いについては，監督者の指示に従いなさい。

Ⅱ　解答上の注意

〔マーク式の解答について〕

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±）又は数字（0～9）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

（例1）　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

この解答上の注意は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学Ⅰ・数学A

<table>
<tr><th>問　題</th><th>選　択　方　法</th></tr>
<tr><td>第１問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第２問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第３問</td><td rowspan="3">いずれか２問を選択し，解答しなさい。</td></tr>
<tr><td>第４問</td></tr>
<tr><td>第５問</td></tr>
</table>

第1問 （必答問題） （配点　25）

〔1〕 有理数全体の集合を A，無理数全体の集合を B とし，空集合を $\varnothing$ と表す。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 「集合 A と集合 B の共通部分は空集合である」という命題を，記号を用いて表すと次のようになる。

$$A \cap B = \varnothing$$

「1のみを要素にもつ集合は集合 A の部分集合である」という命題を，記号を用いて表せ。解答は，解答欄 $\boxed{(あ)}$ に記述せよ。

(2) 命題「$x \in B$，$y \in B$ ならば，$x + y \in B$ である」が偽であることを示すための反例となる x，y の組を，次の⓪～⑤のうちから二つ選べ。必要ならば，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ が無理数であることを用いてもよい。ただし，解答の順序は問わない。 $\boxed{ア}$， $\boxed{イ}$

⓪ $x = \sqrt{2}$，$y = 0$

① $x = 3 - \sqrt{3}$，$y = \sqrt{3} - 1$

② $x = \sqrt{3} + 1$，$y = \sqrt{2} - 1$

③ $x = \sqrt{4}$，$y = -\sqrt{4}$

④ $x = \sqrt{8}$，$y = 1 - 2\sqrt{2}$

⑤ $x = \sqrt{2} - 2$，$y = \sqrt{2} + 2$

（数学Ⅰ・数学A第1問は6ページに続く。）

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅰ・数学Aの試験問題は次に続く。

〔2〕 関数 $f(x) = a(x-p)^2 + q$ について，$y = f(x)$ のグラフをコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて表示させる。

このソフトでは，a，p，q の値を入力すると，その値に応じたグラフが表示される。さらに，それぞれの $\boxed{}$ の下にある ● を左に動かすと値が減少し，右に動かすと値が増加するようになっており，値の変化に応じて関数のグラフが画面上で変化する仕組みになっている。

最初に，a，p，q をある値に定めたところ，図1のように，x 軸の負の部分と2点で交わる下に凸の放物線が表示された。

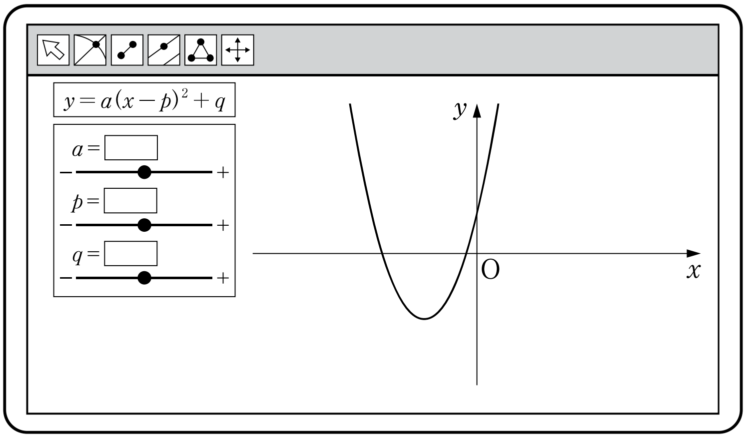


図1

(1) 図1の放物線を表示させる a，p，q の値に対して，方程式 $f(x) = 0$ の解について正しく記述したものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。 **ウ**

⓪ 方程式 $f(x) = 0$ は異なる二つの正の解をもつ。

① 方程式 $f(x) = 0$ は異なる二つの負の解をもつ。

② 方程式 $f(x) = 0$ は正の解と負の解をもつ。

③ 方程式 $f(x) = 0$ は重解をもつ。

④ 方程式 $f(x) = 0$ は実数解をもたない。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(2) 次の操作A，操作P，操作Qのうち，いずれか一つの操作を行い，不等式 $f(x) > 0$ の解を考える。

> 操作A：図1の状態から p，q の値は変えず，a の値だけを変化させる。
>
> 操作P：図1の状態から a，q の値は変えず，p の値だけを変化させる。
>
> 操作Q：図1の状態から a，p の値は変えず，q の値だけを変化させる。

このとき，操作A，操作P，操作Qのうち，「不等式 $f(x) > 0$ の解がすべての実数となること」が起こり得る操作は $\boxed{\text{エ}}$ 。また，「不等式 $f(x) > 0$ の解がないこと」が起こり得る操作は $\boxed{\text{オ}}$ 。

$\boxed{\text{エ}}$ ，$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ ない

① 操作Aだけである

② 操作Pだけである

③ 操作Qだけである

④ 操作Aと操作Pだけである

⑤ 操作Aと操作Qだけである

⑥ 操作Pと操作Qだけである

⑦ 操作Aと操作Pと操作Qのすべてである

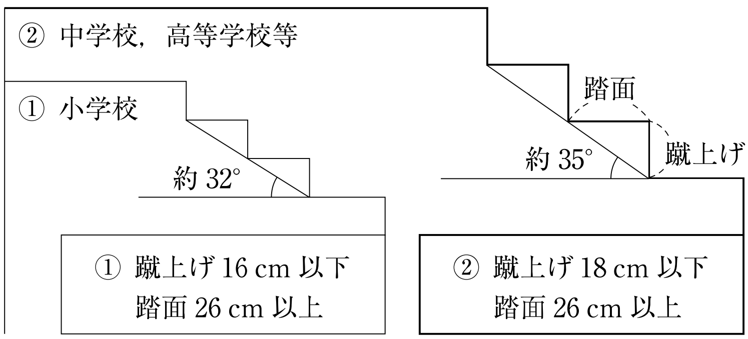
（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔3〕 久しぶりに小学校に行くと，階段の一段一段の高さが低く感じられることがある。これは，小学校と高等学校とでは階段の基準が異なるからである。学校の階段の基準は，下のように建築基準法によって定められている。

高等学校の階段では，蹴上（けあ）げが 18 cm 以下，踏面（ふみづら）が 26 cm 以上となっており，この基準では，傾斜は最大で約 35° である。

【建築基準法による階段の基準】

＊下の図は，階段の傾斜が基準内で最大のときを表している。



階段の傾斜をちょうど 33° とするとき，蹴上げを 18 cm 以下にするためには，踏面をどのような範囲に設定すればよいか。踏面を x cm として，x のとり得る値の範囲を求めるための不等式を，33° の三角比と x を用いて表せ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(い)}}$ に記述せよ。ただし，踏面と蹴上げの長さはそれぞれ一定であるとし，また，踏面は水平であり，蹴上げは踏面に対して垂直であるとする。

(本問題の図は，「建築基準法の階段に係る基準について」(国土交通省)をもとに作成している。)

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔４〕 三角形 ABC の外接円を O とし，円 O の半径を R とする。辺 BC，CA，AB の長さをそれぞれ a，b，c とし，$\angle$CAB，$\angle$ABC，$\angle$BCA の大きさをそれぞれ A，B，C とする。

太郎さんと花子さんは三角形 ABC について

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \qquad \cdots\cdots\cdots(*)$$

の関係が成り立つことを知り，その理由について，まず直角三角形の場合を次のように考察した。

$C = 90^\circ$ のとき，円周角の定理より，線分 AB は円 O の直径である。

よって，

$$\sin A = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \frac{a}{2R}$$

であるから，

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

となる。

同様にして，

$$\frac{b}{\sin B} = 2R$$

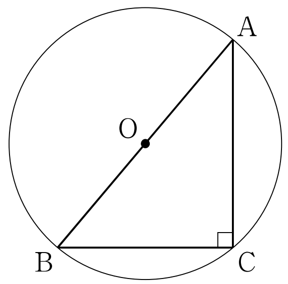
である。

また，$\sin C = 1$ なので，

$$\frac{c}{\sin C} = \mathrm{AB} = 2R$$

である。

よって，$C = 90^\circ$ のとき$(*)$の関係が成り立つ。



次に，太郎さんと花子さんは，三角形 ABC が鋭角三角形や鈍角三角形のときにも$(*)$の関係が成り立つことを証明しようとしている。

（数学Ｉ・数学Ａ第１問は次ページに続く。）

(1) 三角形ABCが鋭角三角形の場合についても(＊)の関係が成り立つことは，直角三角形の場合に(＊)の関係が成り立つことをもとにして，次のような太郎さんの構想により証明できる。

太郎さんの証明の構想

点Aを含む弧BC上に点A′をとると，円周角の定理より

$$\angle \mathrm{CAB} = \angle \mathrm{CA'B}$$

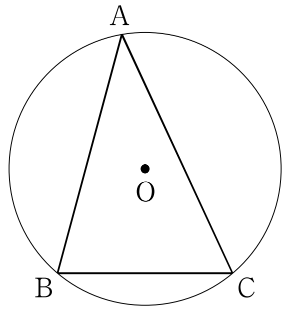
が成り立つ。

特に，$\boxed{\text{カ}}$ を点A′とし，三角形A′BCに対して $C = 90^\circ$ の場合の考察の結果を利用すれば，

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

が成り立つことを証明できる。

$\dfrac{b}{\sin B} = 2R$，$\dfrac{c}{\sin C} = 2R$ についても同様に証明できる。



$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 点Bから辺ACに下ろした垂線と，円Oとの交点のうち点Bと異なる点

① 直線BOと円Oとの交点のうち点Bと異なる点

② 点Bを中心とし点Cを通る円と，円Oとの交点のうち点Cと異なる点

③ 点Oを通り辺BCに平行な直線と，円Oとの交点のうちの一つ

④ 辺BCと直交する円Oの直径と，円Oとの交点のうちの一つ

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

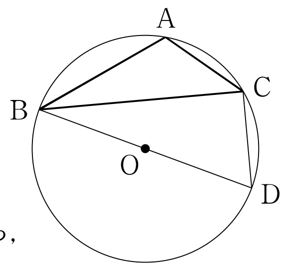
(2) 三角形 ABC が $A > 90°$ である鈍角三角形の場合についても $\dfrac{a}{\sin A} = 2R$ が成り立つことは，次のような花子さんの構想により証明できる。

花子さんの証明の構想

右図のように，線分 BD が円 O の直径となるように点 D をとると，三角形 BCD において

$$\sin \boxed{\text{キ}} = \frac{a}{2R}$$

である。



このとき，四角形 ABDC は円 O に内接するから，

$$\angle \mathrm{CAB} = \boxed{\text{ク}}$$

であり，

$$\sin\angle \mathrm{CAB} = \sin\left(\boxed{\text{ク}}\right) = \sin \boxed{\text{キ}}$$

となることを用いる。

$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の各解答群のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $\angle$ABC　① $\angle$ABD　② $\angle$ACB　③ $\angle$ACD
④ $\angle$BCD　⑤ $\angle$BDC　⑥ $\angle$CBD

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $90° + \angle$ABC　① $180° - \angle$ABC
② $90° + \angle$ACB　③ $180° - \angle$ACB
④ $90° + \angle$BDC　⑤ $180° - \angle$BDC
⑥ $90° + \angle$ABD　⑦ $180° - \angle$CBD

第２問 （必答問題） （配点 35）

〔１〕 $\angle ACB = 90^\circ$ である直角三角形 ABC と，その辺上を移動する３点 P，Q，R がある。点 P，Q，R は，次の規則に従って移動する。

- 最初，点 P，Q，R はそれぞれ点 A，B，C の位置にあり，点 P，Q，R は同時刻に移動を開始する。
- 点 P は辺 AC 上を，点 Q は辺 BA 上を，点 R は辺 CB 上を，それぞれ向きを変えることなく，一定の速さで移動する。ただし，点 P は毎秒１の速さで移動する。
- 点 P，Q，R は，それぞれ点 C，A，B の位置に同時刻に到達し，移動を終了する。

次の問いに答えよ。

(1) 図１の直角三角形 ABC を考える。

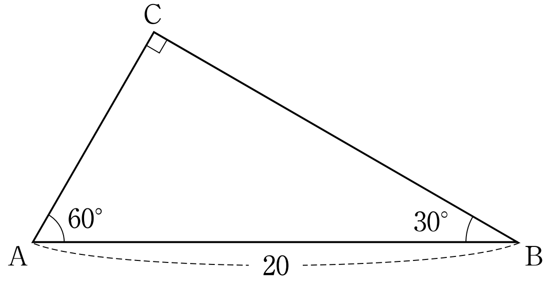


図１

(i) 各点が移動を開始してから２秒後の線分 PQ の長さと三角形 APQ の面積 S を求めよ。

$$PQ = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イウ}}},\quad S = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

（数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。）

(ii)　各点が移動する間の線分 PR の長さとして，とり得ない値，一回だけとり得る値，二回だけとり得る値を，次の⓪～④のうちからそれぞれ**すべて選べ**。ただし，移動には出発点と到達点も含まれるものとする。

とり得ない値　$\boxed{\text{カ}}$

一回だけとり得る値　$\boxed{\text{キ}}$

二回だけとり得る値　$\boxed{\text{ク}}$

⓪ $5\sqrt{2}$　① $5\sqrt{3}$　② $4\sqrt{5}$　③ 10　④ $10\sqrt{3}$

(iii)　各点が移動する間における三角形 APQ，三角形 BQR，三角形 CRP の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする。各時刻における S_1，S_2，S_3 の間の大小関係と，その大小関係が時刻とともにどのように変化するかを答えよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(う)}}$ に記述せよ。

(2)　直角三角形 ABC の辺の長さを右の図 2 のように変えたとき，三角形 PQR の面積が 12 となるのは，各点が移動を開始してから何秒後かを求めよ。

$$\frac{\boxed{\text{ケコ}} \pm \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ 秒後}$$

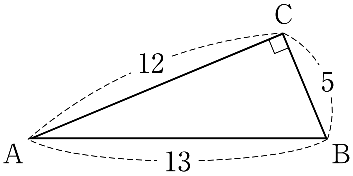


図 2

(数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。)

〔2〕 太郎さんと花子さんは二つの変量 x, y の相関係数について考えている。二人の会話を読み，下の問いに答えよ。

花子：先生からもらった表計算ソフトのA列とB列に値を入れると，E列にはD列に対応する正しい値が表示されるよ。

太郎：最初は簡単なところで二組の値から考えてみよう。

花子：2行目を $(x, y) = (1, 2)$，3行目を $(x, y) = (2, 1)$ としてみるね。

このときのコンピュータの画面のようすが次の図である。

	A	B	C	D	E	
1	変量 x	変量 y		(x の平均値) =	$\boxed{セ}$	
2	1	2		(x の標準偏差) =	$\boxed{ソ}$	
3	2	1		(y の平均値) =	セ	
4				(y の標準偏差) =	ソ	
5						
6				(x と y の相関係数) =	$\boxed{タ}$	
7						

(1) $\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ に当てはまるものを，次の⓪〜⑨のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ -1.50　① -1.00　② -0.50　③ -0.25　④ 0.00

⑤ 0.25　⑥ 0.50　⑦ 1.00　⑧ 1.50　⑨ 2.00

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

太郎：３行目の変量 y の値を０や -1 に変えても相関係数の値は $\boxed{\text{タ}}$ になったね。

花子：今度は，３行目の変量 y の値を２に変えてみよう。

太郎：エラーが表示されて，相関係数は計算できないみたいだ。

(2) 変量 x と変量 y の値の組を変更して，$(x,\ y) = (1,\ 2)$，$(2,\ 2)$ としたときには相関係数が計算できなかった。その理由として最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{チ}}$

⓪ 値の組の個数が２個しかないから。

① 変量 x の平均値と変量 y の平均値が異なるから。

② 変量 x の標準偏差の値と変量 y の標準偏差の値が異なるから。

③ 変量 y の標準偏差の値が０であるから。

花子：３行目の変量 y の値を３に変更してみよう。相関係数の値は 1.00 だね。

太郎：３行目の変量 y の値が４のときも５のときも，相関係数の値は 1.00 だ。

花子：相関係数の値が 1.00 になるのはどんな特徴があるときかな。

太郎：値の組の個数を多くすると何かわかるかもしれないよ。

（数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。）

花子：じゃあ，次に値の組の個数を 3 としてみよう。

太郎：$(x,\ y)=(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 3)$とすると相関係数の値は 1.00 だ。

花子：$(x,\ y)=(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 1)$とすると相関係数の値は 0.00 になった。

太郎：$(x,\ y)=(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(2,\ 2)$とすると相関係数の値は 1.00 だね。

花子：まったく同じ値の組が含まれていても相関係数の値は計算できることがあるんだね。

太郎：思い切って，値の組の個数を 100 にして，1 個だけ$(x,\ y)=(1,\ 1)$で，99 個は$(x,\ y)=(2,\ 2)$としてみるね……。相関係数の値は 1.00 になったよ。

花子：値の組の個数が多くても，相関係数の値が 1.00 になるときもあるね。

(3) 相関係数の値についての記述として**誤っているもの**を，次の⓪〜④のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ツ}}$

⓪ 値の組の個数が 2 のときには相関係数の値が 0.00 になることはない。

① 値の組の個数が 3 のときには相関係数の値が -1.00 となることがある。

② 値の組の個数が 4 のときには相関係数の値が 1.00 となることはない。

③ 値の組の個数が 50 であり，1 個の値の組が$(x,\ y)=(1,\ 1)$，残りの 49 個の値の組が$(x,\ y)=(2,\ 0)$のときは相関係数の値は -1.00 である。

④ 値の組の個数が 100 であり，50 個の値の組が$(x,\ y)=(1,\ 1)$，残りの 50 個の値の組が$(x,\ y)=(2,\ 2)$のときは相関係数の値は 1.00 である。

（数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。）

花子：値の組の個数が2のときは，相関係数の値は1.00か $\boxed{\text{タ}}$ ，または計算できない場合の3通りしかないね。

太郎：値の組を散布図に表したとき，相関係数の値はあくまで散布図の点が $\boxed{\text{テ}}$ 程度を表していて，値の組の個数が2の場合に，花子さんが言った3通りに限られるのは $\boxed{\text{ト}}$ からだね。値の組の個数が多くても値の組が2種類のときはそれらにしかならないんだね。

花子：なるほどね。相関係数は，そもそも値の組の個数が多いときに使われるものだから，組の個数が極端に少ないときなどにはあまり意味がないのかもしれないね。

太郎：値の組の個数が少ないときはもちろんのことだけど，基本的に散布図と相関係数を合わせてデータの特徴を考えるとよさそうだね。

(4) $\boxed{\text{テ}}$ ， $\boxed{\text{ト}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の各解答群のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ x 軸に関して対称に分布する

① 変量 x，y のそれぞれの中央値を表す点の近くに分布する

② 変量 x，y のそれぞれの平均値を表す点の近くに分布する

③ 円周に沿って分布する

④ 直線に沿って分布する

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ 変量 x の中央値と平均値が一致する

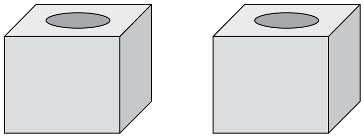
① 変量 x の四分位数を考えることができない

② 変量 x，y のそれぞれの平均値を表す点からの距離が等しい

③ 平面上の異なる2点は必ずある直線上にある

④ 平面上の異なる2点を通る円はただ1つに決まらない

第3問 （選択問題）（配点　20）



くじが100本ずつ入った二つの箱があり，それぞれの箱に入っている当たりくじの本数は異なる。これらの箱から二人の人が順にどちらかの箱を選んで1本ずつくじを引く。ただし，引いたくじはもとに戻さないものとする。

また，くじを引く人は，最初にそれぞれの箱に入れる当たりくじの本数は知っているが，それらがどちらの箱に入っているかはわからないものとする。

今，1番目の人が一方の箱からくじを1本引いたところ，当たりくじであったとする。2番目の人が当たりくじを引く確率を大きくするためには，1番目の人が引いた箱と同じ箱，異なる箱のどちらを選ぶべきかを考察しよう。

最初に当たりくじが多く入っている方の箱をA，もう一方の箱をBとし，1番目の人がくじを引いた箱がAである事象をA，Bである事象をBとする。このとき，$P(A) = P(B) = \dfrac{1}{2}$とする。また，1番目の人が当たりくじを引く事象を$W$とする。

太郎さんと花子さんは，箱A，箱Bに入っている当たりくじの本数によって，2番目の人が当たりくじを引く確率がどのようになるかを調べている。

(1)　箱Aには当たりくじが10本入っていて，箱Bには当たりくじが5本入っている場合を考える。

> 花子：1番目の人が当たりくじを引いたから，その箱が箱Aである可能性が高そうだね。その場合，箱Aには当たりくじが9本残っているから，2番目の人は，1番目の人と同じ箱からくじを引いた方がよさそうだよ。
>
> 太郎：確率を計算してみようよ。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

1番目の人が引いた箱が箱Aで，かつ当たりくじを引く確率は，

$$P(A \cap W) = P(A) \cdot P_A(W) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

である。一方で，1番目の人が当たりくじを引く事象 W は，箱Aから当たりくじを引くか箱Bから当たりくじを引くかのいずれかであるので，その確率は，

$$P(W) = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。

よって，1番目の人が当たりくじを引いたという条件の下で，その箱が箱Aであるという条件付き確率 $P_W(A)$ は，

$$P_W(A) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

と求められる。

また，1番目の人が当たりくじを引いた後，同じ箱から2番目の人がくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は，

$$P_W(A) \times \frac{9}{99} + P_W(B) \times \frac{\boxed{\text{ケ}}}{99} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

それに対して，1番目の人が当たりくじを引いた後，異なる箱から2番目の人がくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

花子：やっぱり１番目の人が当たりくじを引いた場合は，同じ箱から引いた方が当たりくじを引く確率が大きいよ。

太郎：そうだね。でも，思ったより確率の差はないんだね。もう少し当たりくじの本数の差が小さかったらどうなるのだろう。

花子：１番目の人が引いた箱が箱Aの可能性が高いから，箱Bの当たりくじの本数が８本以下だったら，同じ箱のくじを引いた方がよいのではないかな。

太郎：確率を計算してみようよ。

(2)　今度は箱Aには当たりくじが10本入っていて，箱Bには当たりくじが7本入っている場合を考える。

１番目の人が当たりくじを引いた後，同じ箱から2番目の人がくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。それに対して異なる箱からくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は $\dfrac{7}{85}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

太郎：今度は異なる箱から引く方が当たりくじを引く確率が大きくなったね。

花子：最初に当たりくじを引いた箱の方が箱Aである確率が大きいのに不思議だね。計算してみないと直観ではわからなかったな。

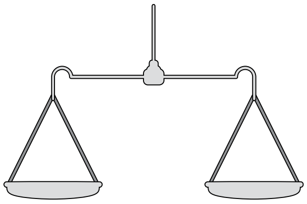
太郎：二つの箱に入っている当たりくじの本数の差が小さくなれば，最初に当たりくじを引いた箱がAである確率とBである確率の差も小さくなるよ。最初に当たりくじを引いた箱がBである場合は，もともと当たりくじが少ない上に前の人が1本引いてしまっているから当たりくじはなおさら引きにくいね。

花子：なるほどね。箱Aに入っている当たりくじの本数は10本として，箱Bに入っている当たりくじが何本であれば同じ箱から引く方がよいのかを調べてみよう。

(3) 箱Aに当たりくじが10本入っている場合，1番目の人が当たりくじを引いたとき，2番目の人が当たりくじを引く確率を大きくするためには，1番目の人が引いた箱と同じ箱，異なる箱のどちらを選ぶべきか。箱Bに入っている当たりくじの本数が4本，5本，6本，7本のそれぞれの場合において選ぶべき箱の組み合わせとして正しいものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。 $\boxed{テ}$

	箱Bに入っている当たりくじの本数			
	4本	5本	6本	7本
⓪	同じ箱	同じ箱	同じ箱	同じ箱
①	同じ箱	同じ箱	同じ箱	異なる箱
②	同じ箱	同じ箱	異なる箱	異なる箱
③	同じ箱	異なる箱	異なる箱	異なる箱
④	異なる箱	異なる箱	異なる箱	異なる箱

第4問 （選択問題）（配点　20）



ある物体Xの質量を天秤(びん)ばかりと分銅を用いて量りたい。天秤ばかりは支点の両側に皿A，Bが取り付けられており，両側の皿にのせたものの質量が等しいときに釣り合うように作られている。分銅は3gのものと8gのものを何個でも使うことができ，天秤ばかりの皿の上には分銅を何個でものせることができるものとする。以下では，物体Xの質量をM(g)とし，Mは自然数であるとする。

(1) 天秤ばかりの皿Aに物体Xをのせ，皿Bに3gの分銅3個をのせたところ，天秤ばかりはBの側に傾いた。さらに，皿Aに8gの分銅1個をのせたところ，天秤ばかりはAの側に傾き，皿Bに3gの分銅2個をのせると天秤ばかりは釣り合った。このとき，皿A，Bにのせているものの質量を比較すると

$$M + 8 \times \boxed{\text{ア}} = 3 \times \boxed{\text{イ}}$$

が成り立ち，$M = \boxed{\text{ウ}}$ である。上の式は

$$3 \times \boxed{\text{イ}} + 8 \times \left(-\boxed{\text{ア}}\right) = M$$

と変形することができ，$x = \boxed{\text{イ}}$，$y = -\boxed{\text{ア}}$ は，方程式 $3x + 8y = M$ の整数解の一つである。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(2) $M=1$のとき，皿Aに物体Xと8gの分銅 $\boxed{\text{エ}}$ 個をのせ，皿Bに3gの分銅3個をのせると釣り合う。

よって，Mがどのような自然数であっても，皿Aに物体Xと8gの分銅 $\boxed{\text{オ}}$ 個をのせ，皿Bに3gの分銅 $\boxed{\text{カ}}$ 個をのせることで釣り合うことになる。$\boxed{\text{オ}}$ ，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $M-1$　　① M　　② $M+1$
③ $M+3$　　④ $3M$　　⑤ $5M$

(3) $M=20$のとき，皿Aに物体Xと3gの分銅p個を，皿Bに8gの分銅q個をのせたところ，天秤ばかりが釣り合ったとする。このような自然数の組$(p,\ q)$のうちで，pの値が最小であるものは$p=$ $\boxed{\text{キ}}$ ，$q=$ $\boxed{\text{ク}}$ であり，方程式$3x+8y=20$のすべての整数解は，整数nを用いて

$$x=\boxed{\text{ケコ}}+\boxed{\text{サ}}\,n,\quad y=\boxed{\text{ク}}-\boxed{\text{シ}}\,n$$

と表すことができる。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(4)　$M=$ $\boxed{\text{ウ}}$ とする。3 g と 8 g の分銅を，他の質量の分銅の組み合わせに変えると，分銅をどのようにのせても天秤ばかりが釣り合わない場合がある。この場合の分銅の質量の組み合わせを，次の⓪～③のうちからすべて選べ。ただし，2種類の分銅は，皿A，皿Bのいずれにも何個でものせることができるものとする。 $\boxed{\text{ス}}$

⓪　3 g と 14 g　　①　3 g と 21 g

②　8 g と 14 g　　③　8 g と 21 g

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(5) 皿Aには物体Xのみをのせ，3gと8gの分銅は皿Bにしかのせられないとすると，天秤ばかりを釣り合わせることではMの値を量ることができない場合がある。このような自然数Mの値は $\boxed{\text{セ}}$ 通りあり，そのうち最も大きい値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である。

ここで，$M >$ $\boxed{\text{ソタ}}$ であれば，天秤ばかりを釣り合わせることでMの値を量ることができる理由を考えてみよう。xを0以上の整数とするとき，

(i) $3x + 8 \times 0$は0以上であって，3の倍数である。
(ii) $3x + 8 \times 1$は8以上であって，3で割ると2余る整数である。
(iii) $3x + 8 \times 2$は16以上であって，3で割ると1余る整数である。

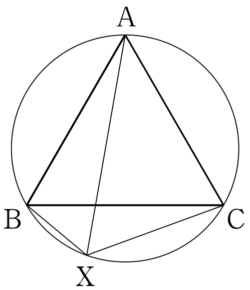
$\boxed{\text{ソタ}}$ より大きなMの値は，(i)，(ii)，(iii)のいずれかに当てはまることから，0以上の整数x，yを用いて$M = 3x + 8y$と表すことができ，3gの分銅x個と8gの分銅y個を皿BにのせることでMの値を量ることができる。

このような考え方で，0以上の整数x，yを用いて$3x + 2018y$と表すことができないような自然数の最大値を求めると，$\boxed{\text{チツテト}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

ある日，太郎さんと花子さんのクラスでは，数学の授業で先生から次の**問題1**が宿題として出された。下の問いに答えよ。なお，円周上に異なる2点をとった場合，弧は二つできるが，本問題において，弧は二つあるうちの小さい方を指す。

問題1　正三角形ABCの外接円の弧BC上に点Xがあるとき，
AX ＝ BX ＋ CX が成り立つことを証明せよ。



(1) **問題1**は次のような構想をもとにして証明できる。

> 線分AX上にBX ＝ B′X となる点B′をとり，BとB′を結ぶ。
> AX ＝ AB′ ＋ B′X なので，AX ＝ BX ＋ CX を示すには，AB′ ＝ CX を示せばよく，AB′ ＝ CX を示すには，二つの三角形 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ が合同であることを示せばよい。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪　△ABB′	①　△AB′C	②　△ABX	③　△AXC
④　△BCB′	⑤　△BXB′	⑥　△B′XC	⑦　△CBX

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

太郎さんたちは，次の日の数学の授業で**問題 1** を証明した後，点 X が弧 BC 上にないときについて先生に質問をした。その質問に対して先生は，一般に次の**定理**が成り立つことや，その**定理**と**問題 1** で証明したことを使うと，下の**問題 2** が解決できることを教えてくれた。

定理　平面上の点 X と正三角形 ABC の各頂点からの距離 AX，BX，CX について，点 X が三角形 ABC の外接円の弧 BC 上にないときは，
AX $<$ BX $+$ CX が成り立つ。

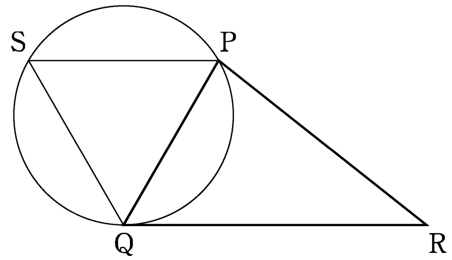
問題 2　三角形 PQR について，各頂点からの距離の和 PY $+$ QY $+$ RY が最小になる点 Y はどのような位置にあるかを求めよ。

（数学Ⅰ・数学A第 5 問は次ページに続く。）

(2) 太郎さんと花子さんは**問題2**について，次のような会話をしている。

花子：**問題1**で証明したことは，二つの線分 BX と CX の長さの和を一つの線分 AX の長さに置き換えられるってことだよね。

太郎：例えば，下の図の三角形 PQR で辺 PQ を1辺とする正三角形をかいてみたらどうかな。ただし，辺 QR を最も長い辺とするよ。辺 PQ に関して点R とは反対側に点 Sをとって，正三角形 PSQ をかき，その外接円をかいてみようよ。



花子：正三角形 PSQ の外接円の弧 PQ 上に点 T をとると，PT と QT の長さの和は線分 $\boxed{\text{ウ}}$ の長さに置き換えられるから，

PT ＋ QT ＋ RT ＝ $\boxed{\text{ウ}}$ ＋ RT になるね。

太郎：**定理**と**問題1**で証明したことを使うと**問題2**の点 Y は，点 $\boxed{\text{エ}}$ と点 $\boxed{\text{オ}}$ を通る直線と $\boxed{\text{カ}}$ との交点になることが示せるよ。

花子：でも，∠QPR が $\boxed{\text{キ}}$° より大きいときは，点 $\boxed{\text{エ}}$ と点 $\boxed{\text{オ}}$ を通る直線と $\boxed{\text{カ}}$ が交わらないから，∠QPR が $\boxed{\text{キ}}$° より小さいときという条件がつくよね。

太郎：では，∠QPR が $\boxed{\text{キ}}$° より大きいときは，点 Y はどのような点になるのかな。

(i) $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ PQ	① PS	② QS
③ RS	④ RT	⑤ ST

(数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。)

(ii) $\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ P　① Q　② R　③ S　④ T

(iii) $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 辺 PQ　① 辺 PS　② 辺 QS
③ 弧 PQ　④ 弧 PS　⑤ 弧 QS

(iv) $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

⓪ 30　① 45　② 60　③ 90
④ 120　⑤ 135　⑥ 150

(v) ∠QPR が $\boxed{\text{キ}}$° より「小さいとき」と「大きいとき」の点 Y について正しく述べたものを，それぞれ次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

小さいとき $\boxed{\text{ク}}$　大きいとき $\boxed{\text{ケ}}$

⓪ 点 Y は，三角形 PQR の外心である。
① 点 Y は，三角形 PQR の内心である。
② 点 Y は，三角形 PQR の重心である。
③ 点 Y は，$\angle \mathrm{PYR} = \angle \mathrm{QYP} = \angle \mathrm{RYQ}$ となる点である。
④ 点 Y は，$\angle \mathrm{PQY} + \angle \mathrm{PRY} + \angle \mathrm{QPR} = 180^\circ$ となる点である。
⑤ 点 Y は，三角形 PQR の三つの辺のうち，最も短い辺を除く二つの辺の交点である。
⑥ 点 Y は，三角形 PQR の三つの辺のうち，最も長い辺を除く二つの辺の交点である。

また，「すべて選べ」と指示のある問いに対して，複数解答する場合は，同じ解答欄に符号又は数字を**複数マーク**しなさい。例えば，$\boxed{\text{エ}}$ と表示のある問いに対して①，④と解答する場合は，次の(例２)のように**解答欄エ**の①，④に**それぞれマーク**しなさい。

（例２）

エ	⊖ ⊕ ⓪ ● ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

2　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

3　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{ク}}$．$\boxed{\text{ケコ}}$ に 2.5 と答えたいときには，2.50 として答えなさい。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

〔**記述式の解答について**〕

解答欄 $\boxed{\text{(あ)}}$，$\boxed{\text{(い)}}$ などには，特に指示がないかぎり，枠内に数式や言葉を判読ができるよう丁寧な文字で記述して答えなさい。記述は複数行になってもよいが，枠内に入るようにしなさい。枠外に記述している解答は，採点の対象外とします。