数　学　I

（全　問　必　答）

第1問 （配点　20）

〔1〕 定数 a を $a \fallingdotseq 1$ とするとき，x についての連立不等式

$$\begin{cases} x - \sqrt{6}\,a + 1 \geqq 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ (a-1)x - 2a^2 - a + 3 \leqq 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

の解について考える。なお，$\sqrt{6} = 2.449\cdots$である。

(1) $a = 2$ のとき，連立不等式の解は

$$\boxed{\text{ア}}\sqrt{6} - \boxed{\text{イ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) 不等式 ① の解は $x \geqq \boxed{\boxed{\text{エ}}}$ である。
一方，不等式 ② は

$$(a-1)\left\{x - \left(\boxed{\boxed{\text{オ}}}\right)\right\} \leqq 0$$

と変形できる。$a - 1$ が正の場合と負の場合に分けて，連立不等式の解を求める。

• $a - 1 > 0$ のときを考える。
不等式 ② の解は $x \leqq \boxed{\boxed{\text{カ}}}$ となり，連立不等式を満たす実数 x があるための必要十分条件は

$$1 < a \leqq \boxed{\text{キ}}\sqrt{6} + \boxed{\text{ク}}$$

である。このときの連立不等式の解は $\boxed{\boxed{\text{エ}}} \leqq x \leqq \boxed{\boxed{\text{カ}}}$ である。

（数学 I 第１問は次ページに続く。）

・$a-1<0$ のときを考える。

連立不等式の解は $x \geqq$ $\boxed{ケ}$ である。

$\boxed{エ}$ ～ $\boxed{カ}$ ，$\boxed{ケ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $\sqrt{6}\,a+1$	① $\sqrt{6}\,a-1$	② $-\sqrt{6}\,a+1$
③ $-\sqrt{6}\,a-1$	④ $2a+3$	⑤ $2a-3$
⑥ $-2a+3$	⑦ $-2a-3$	

(3) a を整数とするとき，連立不等式を満たす x で，x が整数となるものが一つだけであるような a の値を求める。

(2)から，$a-1<0$ のときは，連立不等式を満たす整数が二つ以上あることがわかる。したがって，$a-1>0$ のときだけを考えればよい。

a が整数のときは $\boxed{カ}$ も整数になる。このことに注意して a の値をすべて求めると，$a=$ $\boxed{コ}$ である。

このとき，連立不等式を満たすただ一つの整数は，求めた a の値を $\boxed{カ}$ に代入したものである。

$\boxed{コ}$ の解答群

⓪ 6，7	① 7，8	② 8，9
③ 5，6，7	④ 6，7，8	⑤ 7，8，9

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

〔2〕 全体集合 U を 2 以上 20 以下の自然数全体の集合とする。すなわち

$$U = \{2, 3, 4, \cdots, 20\}$$

である。

2 以上 9 以下の自然数 a，b に対して，U の部分集合 A，B を

$$A = \{k \mid k \in U,\ k \text{ と } a \text{ は 1 以外の正の公約数をもつ}\}$$
$$B = \{k \mid k \in U,\ k \text{ と } b \text{ は 1 以外の正の公約数をもつ}\}$$

とする。

例えば

$a = 7$ のとき，$A = \{7, 14\}$
$a = 9$ のとき，$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

である。

（数学 I 第 1 問は次ページに続く。）

(1) $a=3$ のとき，$A=$ サ ，$b=4$ のとき，$B=$ シ である。このとき

$$A \cap B = \boxed{ス}, \quad A \cap \overline{B} = \boxed{セ}$$

である。

サ ～ セ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪	$\{12\}$	①	$\{3, 9\}$
②	$\{3, 9, 15\}$	③	$\{6, 12, 18\}$
④	$\{3, 6, 9, 15, 18\}$	⑤	$\{4, 8, 12, 16, 20\}$
⑥	$\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$	⑦	$\{2, 4, 8, 10, 14, 16, 20\}$
⑧	$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$		
⑨	$\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$		

(2) a，b が 2 以上 9 以下の自然数であることに注意して，a，b について考えよう。

(i) $\overline{A}$ の要素に，2 の倍数も 3 の倍数もないとき

$$a = \boxed{ソ}$$

である。

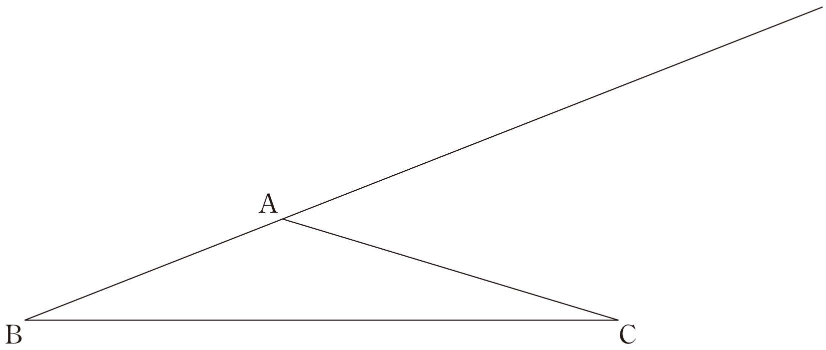
(ii) $A \cap \overline{B} = \{5\}$ であるとき

$$a = \boxed{タ}, \quad b = \boxed{チ}$$

である。

第２問 （配点　30）

〔１〕 △ABC において，$BC = 3\sqrt{5}$，$CA = 5$，$\cos\angle ABC = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ とし，∠BCA は鋭角であるとする。点 B を端点とする半直線 BA 上に２点 P，Q を，それぞれ $BP = 10$，$\angle BCQ = 120^\circ$ となるようにとる。辺 BC を共通とする △ABC，△PBC，△QBC の外接円の半径を，それぞれ R_1，R_2，R_3 とする。R_1，R_2，R_3 の大小関係について考察しよう。



参考図

（数学 I 第２問は次ページに続く。）

余弦定理により

$$\mathrm{CP} = \boxed{\text{ア}}, \quad \cos\angle\mathrm{BCP} = -\frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

となる。よって，$\angle\mathrm{BCP}$ $\boxed{\text{エ}}$ $\angle\mathrm{BCQ}$ であることがわかる。したがって

$$\mathrm{CP}\ \boxed{\text{オ}}\ \mathrm{CQ}, \quad \mathrm{CP}\ \boxed{\text{カ}}\ \mathrm{CA}, \quad \mathrm{CQ}\ \boxed{\text{キ}}\ \mathrm{CA}$$

となる。このことから，R_1，R_2，R_3 の大小関係は $\boxed{\text{ク}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $<$	① $=$	② $>$

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $R_1 < R_2 < R_3$	① $R_2 < R_3 < R_1$	② $R_3 < R_1 < R_2$
③ $R_1 = R_2 < R_3$	④ $R_2 = R_3 < R_1$	⑤ $R_3 = R_1 < R_2$
⑥ $R_1 < R_2 = R_3$	⑦ $R_2 < R_3 = R_1$	⑧ $R_3 < R_1 = R_2$
⑨ $R_1 = R_2 = R_3$		

（数学Ⅰ第２問は次ページに続く。）

〔2〕 以下の問題において比を解答する場合は，最も簡単な整数の比で答えよ。

(1) 四角形 ABCD の面積 S について考えよう。以下では，四角形 ABCD の内角 ∠A，∠B，∠C，∠D の大きさを，それぞれ A，B，C，D で表す。ただし，四つの内角はいずれも 180° より小さいものとする。

対角線 BD を共通の 1 辺とする △ABD と △BCD の面積を，それぞれ S_1，S_2 とすると

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{2}\sin A, \qquad S_2 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{2}\sin C$$

となる。

四角形 ABCD の四つの内角が $A + C = B + D$ を満たすとき，$A + C = \boxed{\text{サ}}$ となる。このとき，$\sin C$ を $\sin A$ を用いて表せることに注意すると

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\boxed{\text{シ}}}{2}\sin A \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

となる。

（数学Ⅰ第 2 問は次ページに続く。）

$\boxed{ケ}$, $\boxed{コ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ AB・BD	① AB・AD	② AD・BD
③ BC・BD	④ BC・CD	⑤ BD・CD
⑥ AB・CD	⑦ AD・BC	⑧ AC・BD

$\boxed{サ}$ の解答群

⓪ 90°	① 120°	② 135°	③ 150°
④ 180°	⑤ 240°	⑥ 270°	⑦ 360°

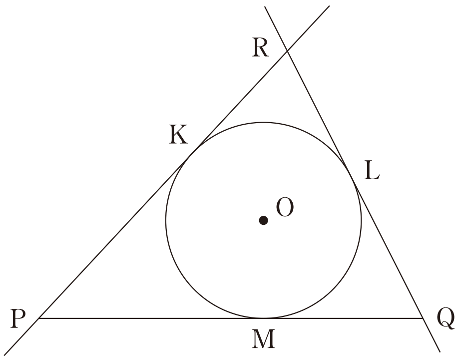
$\boxed{シ}$ の解答群

⓪ AB・BD + BC・BD	① AB・BD − BC・BD
② AB・AD + BC・CD	③ AB・AD − BC・CD
④ AD・BD + BD・CD	⑤ AD・BD − BD・CD
⑥ AB・CD + AD・BC	⑦ AB・CD − AD・BC
⑧ AC・BD	

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

⑵ 点 O を中心とする半径 6 の円 O が，線分 PQ 上の P，Q と異なる点 M において線分 PQ に接している。P，Q それぞれを通る円 O の接線で，直線 PQ と異なるものを引き，この円との接点をそれぞれ K，L とする。以下では直線 PK，QL が交わる場合を考え，その交点を R とする。このとき，△PQR の辺の長さについて考えよう。

(i) PK = 12，QL = 9 であるときを考え，∠KPM = P，∠LQM = Q とする。このとき，2 直線 PK，QL の交点 R は直線 PQ に関して点 O と同じ側にある。



参考図

四角形 PMOK が △PMO と △PKO に分けられることに注意すると，四角形 PMOK の面積は $\boxed{スセ}$ であることがわかる。このことから，① を用いると，$\sin P = \dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ となることがわかる。

（数学Ⅰ第 2 問は次ページに続く。）

四角形 QLOM についても同様に考えると，$\sin Q = \dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テト}}$ となることもわかる。よって，PR：QR ＝ $\boxed{ナニ}$ ： $\boxed{ヌネ}$ となり，これにより

$\mathrm{RL} = \dfrac{\boxed{ノハ}}{\boxed{ヒ}}$ と求められるので，△PQR の辺の長さを求めることができる。

(ii) $\mathrm{PK} = 4\sqrt{2}$，$\mathrm{QL} = 3\sqrt{2}$ であるときを考える。このとき，2 直線 PK，QL の交点 R は，直線 PQ に関して点 O と反対側にある。このことに注意すると $\mathrm{RL} = \boxed{フヘ}\sqrt{\boxed{ホ}}$ と求められるので，△PQR の辺の長さを求めることができる。

第3問 （配点　30）

〔1〕　2次関数のグラフについて考えよう。

(1)　2次関数 $y = 3x^2$ のグラフを C とする。C を平行移動したグラフが x 軸と異なる2点で交わる場合を考える。この二つの交点を結ぶ線分の長さや，平行移動したグラフの頂点と x 軸との距離について考えよう。

(i)　C を y 軸方向に -3 だけ平行移動したグラフを C_1 とし，C_1 と x 軸との二つの交点を A_1，B_1 とする。線分 A_1B_1 の長さを W_1 とおき，C_1 の頂点と x 軸との距離を H_1 とおくと，$W_1 =$ $\boxed{ア}$ であり，$H_1 =$ $\boxed{イ}$ である。

また，C_1 を x 軸方向に2だけ平行移動したグラフを C_2 とし，C_2 と x 軸との二つの交点を A_2，B_2 とする。線分 A_2B_2 の長さを W_2 とおき，C_2 の頂点と x 軸との距離を H_2 とおく。このとき，W_2 と W_1，H_2 と H_1 のそれぞれの大小関係は

$$W_2 \ \boxed{ウ} \ W_1, \qquad H_2 \ \boxed{エ} \ H_1$$

である。

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$<$	①　$=$	②　$>$

（数学Ⅰ第3問は次ページに続く。）

(ii) k を負の定数とする。C を x 軸方向に 2，y 軸方向に k だけ平行移動したグラフを C_3 とし，C_3 と x 軸との二つの交点を A_3，B_3 とする。ただし，二つの交点のうち，x 座標の大きい方を B_3 とする。線分 A_3B_3 の長さを W_3 とおき，C_3 の頂点と x 軸との距離を H_3 とおく。このとき，W_3 が $\boxed{\text{ア}}$ の4倍となる場合を考える。

C_3 の軸は直線 $x = \boxed{\text{オ}}$ であり，A_3 と B_3 は C_3 の軸に関して対称であることに注意すると，B_3 の座標は $\left(\boxed{\text{カ}}, 0\right)$ であることがわかる。さらに，B_3 は C_3 上にあるから，$k = -\boxed{\text{キク}}$ であることがわかる。これにより，H_3 を求めることができる。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(2) a を正の定数，p，q を定数とする。 2 次関数

$$y = a(x-p)^2 + q \qquad \cdots\cdots ①$$

を考える。① のグラフは 2 次関数 $y = ax^2$ のグラフを平行移動したグラフである。① のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとし，その二つの交点を A，B とする。ただし，二つの交点のうち，x 座標の大きい方を B とする。線分 AB の長さを W とおき，① のグラフの頂点と x 軸との距離を H とおく。W と H の関係を考えよう。

q を H を用いて表すと，$q =$ [ケ] であり，B の座標を p と W を用いて表すと，([コ]，0) である。これらのことから，H を a と W を用いて表すと

$$H = \boxed{サ} \qquad \cdots\cdots ②$$

となる。

[ケ] の解答群

⓪ $-2H$	① $-H$	② $-\frac{1}{2}H$
③ $2H$	④ H	⑤ $\frac{1}{2}H$

[コ] の解答群

⓪ $p-W$	① $p-\frac{1}{2}W$	② $p-\frac{1}{4}W$
③ $p+W$	④ $p+\frac{1}{2}W$	⑤ $p+\frac{1}{4}W$

[サ] の解答群

⓪ aW	① $\frac{a}{2}W$	② $\frac{a}{4}W$
③ aW^2	④ $\frac{a}{2}W^2$	⑤ $\frac{a}{4}W^2$

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(3) t を定数とする。2 次関数

$$y = 2x^2 - 4tx + 2t^2 - 3t + 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

を考える。③ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとし，その二つの交点を A，B とする。線分 AB の長さを W とおき，③ のグラフの頂点と x 軸との距離を H とおく。このとき，$2 < W < 4$ を満たすような定数 t の値の範囲を求めよう。

② を利用すると，$2 < W < 4$ のときの H のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{シ}} < H < \boxed{\text{ス}}$$

であることがわかる。よって，t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} < t < \boxed{\text{ソ}}$$

である。

（数学 I 第 3 問は次ページに続く。）

〔2〕　2次関数の最大値，最小値について考えよう。

(1)　2次関数 $y = 2x^2 - 8x + 5$ は $0 \leqq x \leqq 3$ において，$x = \boxed{\text{タ}}$ で最大値 $\boxed{\text{チ}}$ をとり，$x = \boxed{\text{ツ}}$ で最小値 $\boxed{\text{テト}}$ をとる。

（数学Ⅰ第3問は次ページに続く。）

(2) 太郎さんと花子さんは，(1)を振り返って2次関数の最大値，最小値について話している。

太郎：(1)では，2次関数と x のとり得る値の範囲が与えられて，最大値と最小値を求めることができたね。

花子：じゃあ，x の値の範囲とそのときの最大値と最小値に関する条件が与えられている場合に，条件を満たす2次関数を求めることはできるのかな。具体的な例で考えてみよう。

(i) 2次関数 $y = f(x)$ は次の**条件1**を満たすとする。

条件1

$y = f(x)$ は $-3 \leqq x \leqq 0$ において

- $x = -1$ で最大値3をとる。
- $x = -3$ で最小値 -5 をとる。

このとき，$y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は $\boxed{\text{ナ}}$ であり

$$f(x) = \boxed{\text{ニヌ}}\,x^2 - \boxed{\text{ネ}}\,x + \boxed{\text{ノ}}$$

である。

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ $(0,\ 3)$	① $(1,\ 3)$	② $(3,\ 3)$
③ $(-1,\ 3)$	④ $(-3,\ 3)$	⑤ $(0,\ -5)$
⑥ $(1,\ -5)$	⑦ $(3,\ -5)$	⑧ $(-1,\ -5)$
⑨ $(-3,\ -5)$		

（数学 I 第3問は次ページに続く。）

(ii)　2次関数 $y = g(x)$ は次の**条件2**を満たすとする。

条件2

a を正の定数とし，$y = g(x)$ の $0 \leqq x \leqq a$ における最大値を M，最小値を m とすると

- $0 < a < 3$ ならば，$m > -2$ である。
- $a \geqq 3$ ならば，$m = -2$ である。
- $0 < a \leqq 6$ ならば，$M = 7$ である。
- $a > 6$ ならば，$M > 7$ である。

このとき，2次関数 $y = g(x)$ のグラフは $\boxed{ハ}$ の放物線であり

$$g(x) = \boxed{ヒ}$$

である。

$\boxed{ハ}$ の解答群

⓪ 下に凸	① 上に凸

$\boxed{ヒ}$ の解答群

⓪ $2x^2 - 12x + 16$	① $-2x^2 + 12x - 16$
② $2x^2 - 12x - 16$	③ $-2x^2 + 12x - 20$
④ $x^2 - 7$	⑤ $-x^2 + 7$
⑥ $x^2 - 6x + 7$	⑦ $-x^2 + 6x - 7$
⑧ $2x^2 - 9x + 7$	⑨ $-2x^2 + 3x + 7$

（数学Ⅰ第3問は次ページに続く。）

⑶　2次関数 $y = h(x)$ は次の**条件3**を満たすとする。

条件3

b を定数とし，$y = h(x)$ の $b - 1 \leqq x \leqq b + 1$ における最大値を M とすると

- $1 \leqq b \leqq 7$ ならば，$M \geqq 0$ である。
- $b < 1$ または $7 < b$ ならば，$M < 0$ である。

太郎さんと花子さんは $h(x)$ について話している。

太郎：⑵の**条件1**や**条件2**からは関数が一つに決まったけど，**条件3**だけでは，$h(x)$ が一つに決まりそうにないね。

花子：でも，$y = h(x)$ のグラフと x 軸の共有点の座標はわかりそうだね。

2次関数 $y = h(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は $\boxed{\text{フ}}$ および $\boxed{\text{ヘ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{フ}}$，$\boxed{\text{ヘ}}$ の解答の順序は問わない。

第4問 （配点　20）

〔1〕 以下の問題を解答するにあたっては，与えられたデータに対して，次の値を外れ値とする。

> 「(第1四分位数) − 1.5 ×(四分位範囲)」以下の値
> 「(第3四分位数) + 1.5 ×(四分位範囲)」以上の値

水泳部に所属する太郎さんは，1500 m 自由形におけるペース配分を考えるために，2021 年に開催された東京オリンピックの男子 1500 m 自由形に関するデータを分析することにした。なお，自由形とは，どのような泳ぎ方で泳いでもよい競技のことである。

分析で用いるデータは，28 人の選手における，予選で計測された記録(以下，タイム)とする。ここでは，タイムは秒単位で表すものとする。例えば，15 分 23 秒 46 であれば，$60 \times 15 + 23.46 = 923.46$(秒)である。そして，公式順位(以下，順位)は，タイムの値が小さい方が上位となる。また，28 人の選手それぞれのタイムについて，スタートから 750 m までのタイムを $T_{前}$ とし，750 m からゴールまでのタイムを $T_{後}$ とする。さらに，$T_{前}$ と $T_{後}$ の平均値を $T_{前後}$ とする。

なお，以下の図や表については，World Aquatics の Web ページをもとに作成している。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

(1) 太郎さんは，$T_{前}$，$T_{後}$，$T_{前後}$ の関係を調べることにした。図1は $T_{前}$ と $T_{後}$ の散布図，図2は $T_{前}$ と $T_{前後}$ の散布図である。なお，これらの散布図には，完全に重なっている点はない。また，図1と図2において，A を付している点は，同じ選手であることを表している。

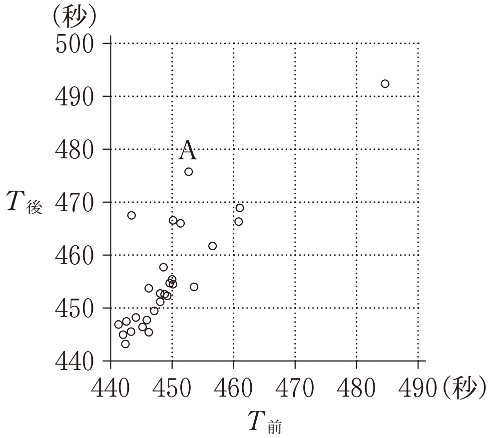


図1　$T_{前}$ と $T_{後}$ の散布図

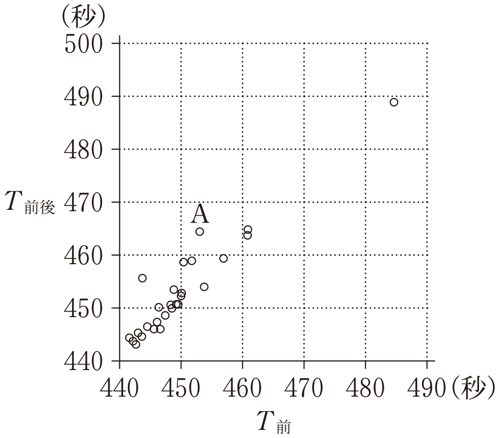


図2　$T_{前}$ と $T_{前後}$ の散布図

次の (a)，(b) は，図1と図2に関する記述である。

(a) $T_{前}$ が 470 秒未満である選手について，$T_{後}$ が 460 秒以上である選手の人数と，$T_{前後}$ が 460 秒以上である選手の人数は等しい。

(b) A を付している点が表す選手について，$T_{前}$ の値は $T_{前後}$ の値より小さく，かつ $T_{後}$ の値は $T_{前後}$ の値より大きい。

(a)，(b) の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{ア}$ である。

$\boxed{ア}$ の解答群

	⓪	①	②	③
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

(数学 I 第4問は次ページに続く。)

(2) 太郎さんは，$T_{前}$ と $T_{前後}$ の相関係数を計算するために，表 1 のように，平均値，標準偏差および共分散を求めた。

表 1　$T_{前}$ と $T_{前後}$ の平均値，標準偏差，共分散

	平均値	標準偏差	共分散
$T_{前}$	450	8.3	72.9
$T_{前後}$	453	9.3	

表 1 を用いると，$T_{前}$ と $T_{前後}$ の相関係数は $\boxed{イ}$ である。

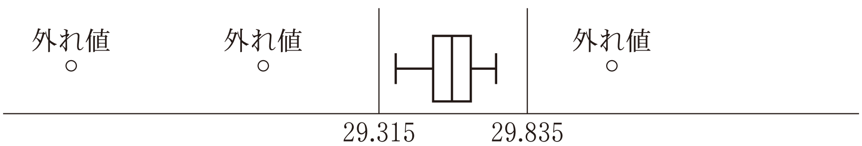
$\boxed{イ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

⓪ 0.01	① 0.24	② 0.47	③ 0.59	④ 0.72
⑤ 0.83	⑥ 0.94	⑦ 1.06	⑧ 1.38	⑨ 4.14

（数学 I 第 4 問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんは，順位とペース配分の関係を調べるために，前半と後半という二分割だけではなく，より細かく分割されたタイムを用いて分析することにした。1500 m 自由形のタイムは，スタートから 50 m までのタイム，50 m から 100 m までのタイムのように，ゴールまで 50 m ごとの 30 個に分けて計測されている。そこで，これら 30 個のタイムを用いて分析する。

(i) 1 位の選手の 30 個のタイムについて考えると，外れ値かどうかを判断する二つの値である 29.315 と 29.835 が算出され，29.315 以下の 2 個のタイムと 29.835 以上の 1 個のタイムが外れ値と判断された。このとき，1 位の選手の 30 個のタイムの四分位範囲は 0. $\boxed{\text{ウエ}}$ 秒である。



参考図

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(ii) 太郎さんは 28 人の選手それぞれについて，30 個のタイムを用いて，選手ごとの箱ひげ図を作成し，分散を計算した。図 3 は上から分散が小さい順になるように，28 人の選手それぞれの箱ひげ図を並べたものであり，30 個のタイムにおける外れ値は，白丸で示されている。なお，分散が等しい選手はいなかった。

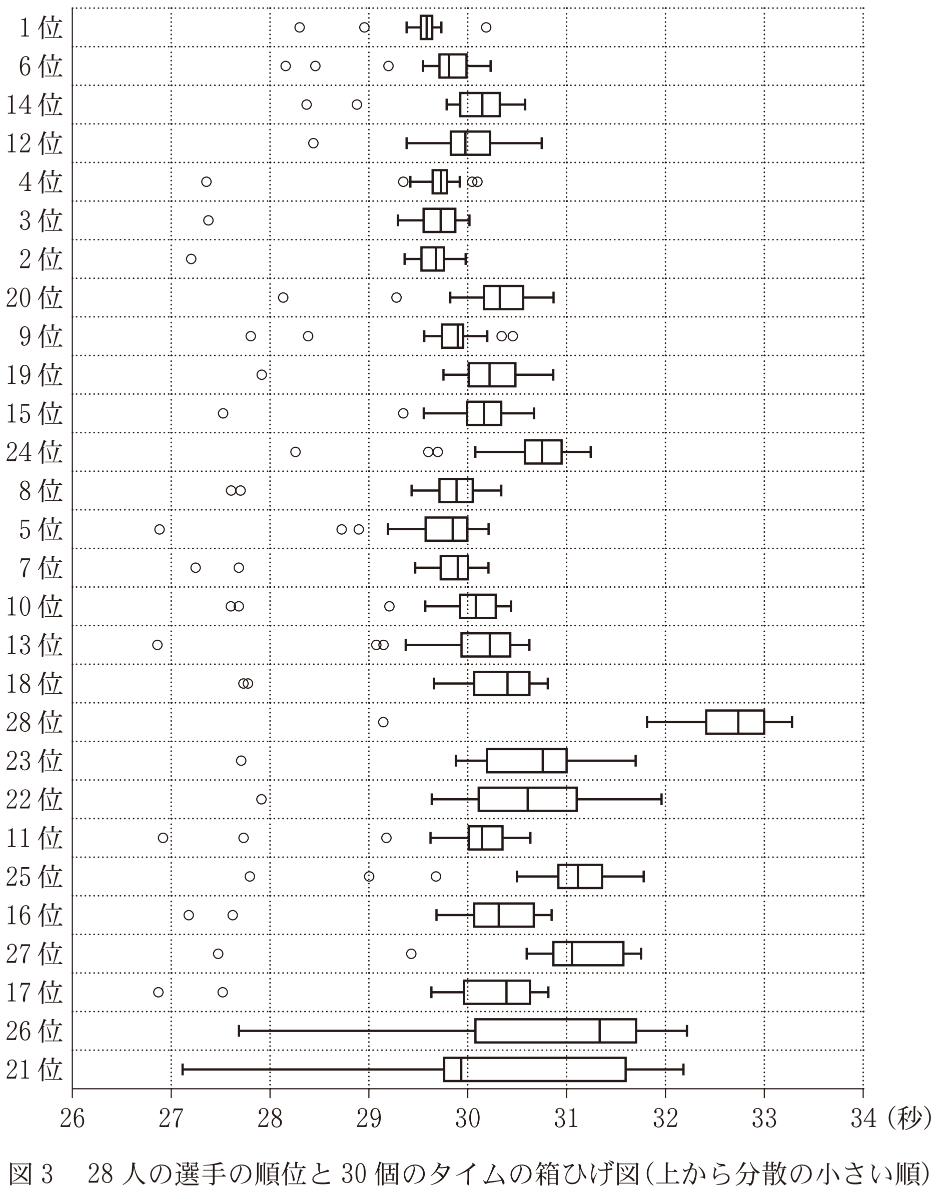


図 3　28 人の選手の順位と 30 個のタイムの箱ひげ図(上から分散の小さい順)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の(a)，(b)は，図3に関する記述である。

(a)　28人の選手において，29秒より速いタイムはすべて外れ値である。
(b)　28人の選手から2人を選んだとき，分散の大きい選手の四分位範囲は，分散の小さい選手の四分位範囲より小さいことがある。

(a)，(b)の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

(iii)　順位が1位から8位までの選手のグループを決勝進出グループ，9位から28位までの選手のグループを予選敗退グループと呼ぶことにする。決勝進出グループであり，かつ30個のタイムの分散が小さい方から14番目までの選手の人数を n（人）とすると，表2のようになる。

表2　順位と分散の表(単位は人)

		分散(小さい順)		計
		1番〜14番	15番〜28番	
順位	決勝進出グループ	n	$8-n$	8
	予選敗退グループ	$14-n$	$6+n$	20
計		14	14	28

このとき，図3から $n=$ $\boxed{\text{カ}}$ であることがわかる。このことから，決勝進出グループにおいて分散が小さい方から14番目までの選手が占める割合を P，予選敗退グループにおいて分散が小さい方から14番目までの選手が占める割合を Q とすると，P $\boxed{\text{キ}}$ Q であることがわかる。

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪　<	①　=	②　>

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

〔2〕 変量 x, y の値の組のデータ

$$(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2),\ \cdots,\ (x_{20},\ y_{20})$$

をデータ W と呼ぶことにする。x, y の平均値をそれぞれ $\overline{x}$, $\overline{y}$ とし，分散をそれぞれ ${s_x}^2$, ${s_y}^2$ とする。また，x と y の共分散と相関係数をそれぞれ s_{xy}, r_{xy} とする。さらに，データ W の x と y との積で得られるデータの値

$$x_1 \times y_1,\ x_2 \times y_2,\ \cdots,\ x_{20} \times y_{20}$$

をそれぞれ，変量 u を用いて

$$u_1,\ u_2,\ \cdots,\ u_{20}$$

とおき，u の平均値を $\overline{u}$ とする。以下では，$\overline{x} = \overline{y} = 0$, ${s_x}^2 = {s_y}^2 = 1$, $r_{xy} > 0$ の場合を考える。

(1) $s_{xy} = \boxed{\text{ク}}$ であり，このことから，$r_{xy} = \boxed{\text{ク}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ 0	① -2	② 2
③ $\overline{u}$	④ $\overline{u} - 2$	⑤ $\overline{u} + 2$
⑥ $\dfrac{1}{2}\overline{u}$	⑦ $\dfrac{1}{3}\overline{u}$	⑧ $\dfrac{1}{4}\overline{u}$

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(2) データ W の x と y との和を 2 で割った数で得られるデータの値

$$\frac{x_1 + y_1}{2},\ \frac{x_2 + y_2}{2},\ \cdots,\ \frac{x_{20} + y_{20}}{2}$$

をそれぞれ，変量 z を用いて

$$z_1,\ z_2,\ \cdots,\ z_{20}$$

とおく。z の平均値と分散をそれぞれ $\bar{z}$，${s_z}^2$ とすると，$\bar{z} = 0$ であるため，

${s_z}^2 = \dfrac{\boxed{\text{ケ}} + \bar{u}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。このことから，x と z の相関係数を r_{xz} とすると，$r_{xz} = \sqrt{\dfrac{\boxed{\text{ケ}} + \bar{u}}{\boxed{\text{コ}}}}$ となり，(1) から，$r_{xz} \geqq r_{xy}$ であることがわかる。