数学Ⅱ，数学B，数学C

<table>
<tr><th>問　題</th><th>選　択　方　法</th></tr>
<tr><td>第１問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第２問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第３問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第４問</td><td rowspan="4">いずれか３問を選択し，解答しなさい。</td></tr>
<tr><td>第５問</td></tr>
<tr><td>第６問</td></tr>
<tr><td>第７問</td></tr>
</table>

（注）この科目には，選択問題があります。（3ページ参照。）

第1問 （必答問題）（配点　15）

O を原点とする座標平面において，方程式

$$x^2 + y^2 - 7y + (2x - 5y + 25) = 0 \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

の表す円を C_1 とする。また，方程式

$$x^2 + y^2 - 7y - (2x - 5y + 25) = 0 \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

の表す円を C_2 とする。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第1問は次ページに続く。）

(1)　C_1 の中心の座標は $\left(\boxed{\text{アイ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$ である。

C_1 の半径を r_1，C_2 の半径を r_2，C_1 の中心と C_2 の中心の間の距離を d とすると，$r_1 = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$，$r_2 = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$，$d = \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

r_1，r_2 と d の関係から，C_1 と C_2 は 2 点で交わることがわかる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

(2) 不等式

$$x^2 + y^2 - 7y + |2x - 5y + 25| < 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

の表す領域について考える。

③ の左辺は，$2x - 5y + 25 \geqq 0$ のときは ① の左辺と一致し，$2x - 5y + 25 < 0$ のときは ② の左辺と一致する。

(i) 不等式 $2x - 5y + 25 \geqq 0$ の表す領域を D，不等式 $2x - 5y + 25 < 0$ の表す領域を E とする。

- 原点 O は $\boxed{\text{コ}}$ に含まれる。
- C_1 の中心は $\boxed{\text{サ}}$ に含まれる。
- C_2 の中心は $\boxed{\text{シ}}$ に含まれる。

$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ D	① E

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

(ii) 方程式

$$2x - 5y + 25 = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

の表す直線を ℓ とする。

実数 x，y が ① と ② の両方を満たすとする。① と ② の左辺どうし，右辺どうしの差をとると

$$2(2x - 5y + 25) = 0$$

となる。よって，実数 x，y は ④ も満たす。

したがって，$\boxed{\text{ス}}$。このことから，ℓ は C_1 と C_2 の二つの交点を通る直線であることがわかる。

$\boxed{\text{ス}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ 点 P を ℓ 上の点とすると，P は C_1 上にあり，かつ C_2 上にもある

① 点 P を ℓ 上の点とすると，P は C_1 上にあるか，または C_2 上にある

② 点 P を C_1 上にあり，かつ C_2 上にもある点とすると，P は ℓ 上にある

③ 点 P を C_1 上にあるか，または C_2 上にある点とすると，P は ℓ 上にある

④ 点 P を C_1 上の点，点 Q を C_2 上の点とすると，直線 PQ は ℓ と一致する

⑤ 点 P を C_1 上の点，点 Q を C_2 上の点とすると，直線 PQ は ℓ と交わる

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

(iii) 不等式

$$x^2 + y^2 - 7y + (2x - 5y + 25) < 0$$

の表す領域と(i)の領域 D の共通部分を F とする。

また，不等式

$$x^2 + y^2 - 7y - (2x - 5y + 25) < 0$$

の表す領域と(i)の領域 E の共通部分を G とする。

不等式③の表す領域は，F と G の和集合である。これを図示すると $\boxed{セ}$ の灰色部分である。ただし，境界線を含まない。

(iv) ③において，$|2x - 5y + 25|$ の前の符号を＋から－に変えた不等式

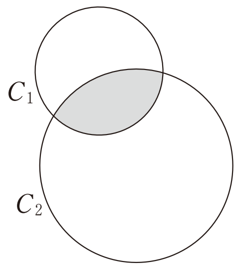
$$x^2 + y^2 - 7y - |2x - 5y + 25| < 0 \quad \cdots\cdots ⑤$$

を考える。⑤の表す領域を図示すると $\boxed{ソ}$ の灰色部分である。ただし，境界線を含まない。

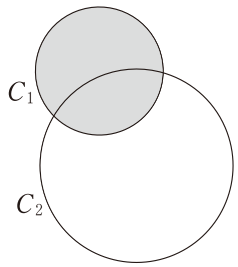
(数学Ⅱ，数学B，数学C第1問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。なお，⓪～⑧では座標軸を省略している。

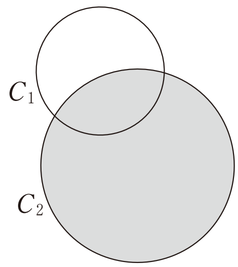
⓪



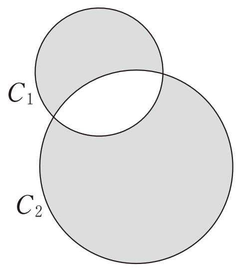
①



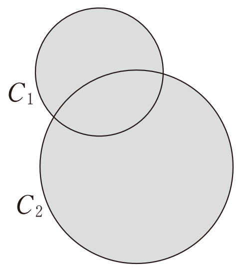
②



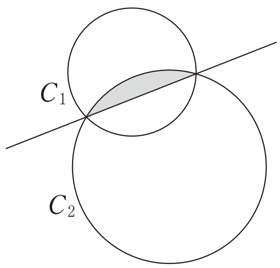
③



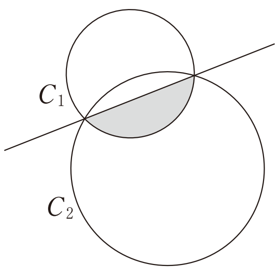
④



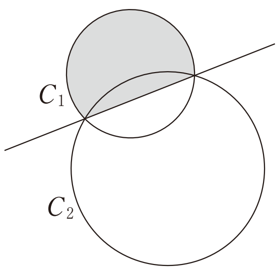
⑤



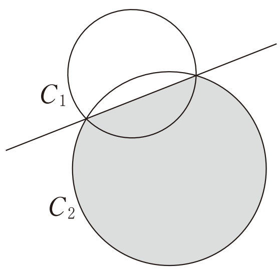
⑥



⑦



⑧



第２問　（必答問題）（配点　15）

(1)　二つの角 A，B に対し

$$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立つことを示そう。

二つの角 α，β に対し，加法定理から

$$\sin(\alpha+\beta) = \boxed{\text{ア}} + \cos\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \boxed{\text{ア}} - \cos\alpha\sin\beta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

である。②と③の左辺どうし，右辺どうしを加え，$\alpha = \boxed{\text{イ}}$，$\beta = \boxed{\text{ウ}}$ とすると，① が得られる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $\sin\alpha\sin\beta$	① $\sin\alpha\cos\beta$	② $\cos\alpha\sin\beta$	③ $\cos\alpha\cos\beta$
④ $\sin^2\alpha$	⑤ $\sin^2\beta$	⑥ $\cos^2\alpha$	⑦ $\cos^2\beta$

$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ A	① B	② $A+B$	③ $A-B$
④ $\dfrac{A+B}{2}$	⑤ $\dfrac{A-B}{2}$	⑥ $\dfrac{A+B}{4}$	⑦ $\dfrac{A-B}{4}$

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第２問は次ページに続く。）

(2) 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{5}{12}\pi\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$$

とする。

$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲で $f(x)$ の最大値を考えよう。

① を用いると

$$f(x) = 2\sin\left(x + \boxed{\text{エ}}\right)\cos\boxed{\text{オ}}$$

$$= 2\cos\boxed{\text{オ}}\sin\left(x + \boxed{\text{エ}}\right)$$

と変形できる。

$2\cos\boxed{\text{オ}}$ は正の定数であるから，$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲において，$f(x)$ は $x = \boxed{\text{カ}}$ で最大値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる。

$\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 0	① $\frac{\pi}{12}$	② $\frac{\pi}{6}$	③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{\pi}{3}$	⑤ $\frac{\pi}{2}$	⑥ $\frac{3}{4}\pi$	⑦ π

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $\frac{1}{2}$	① 1	② 2	③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	⑤ $\sqrt{2}$	⑥ $\sqrt{3}$	⑦ $2\sqrt{2}$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第２問は次ページに続く。）

(3) a を $0 < a < \pi$ を満たす定数とし，関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \sin(x + a) + \sin(x + 2a) + \sin(x + 3a)$$

とする。

花子さんと太郎さんは，関数 $y = g(x)$ のグラフをコンピュータを用いて表示させてみた。図 1 は，$a = 0.5$，$a = 1.0$，$a = 1.5$ としたときの $y = g(x)$ のグラフである。これを見て，花子さんと太郎さんは，関数 $g(x)$ について話している。

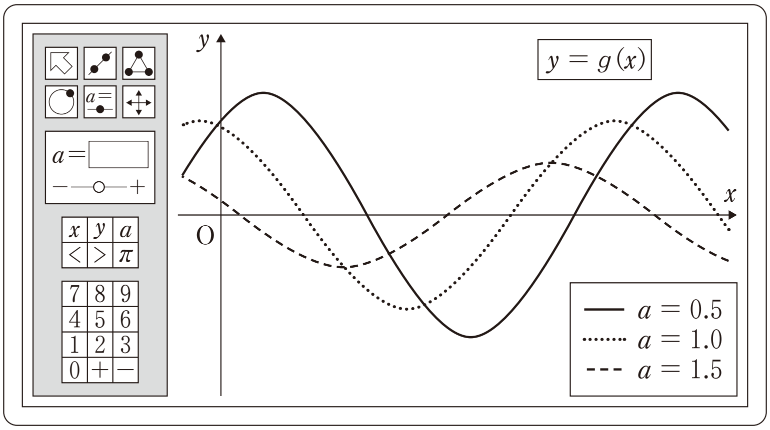


図　1

花子：$g(x)$ は，定数 p，q を用いて $g(x) = p\sin(x + q)$ と変形できそうだね。

太郎：三つの関数 $\sin(x + a)$，$\sin(x + 2a)$，$\sin(x + 3a)$ のうちの二つの関数の和に ① を使うと，残り一つの関数の定数倍にできるかな。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第 2 問は次ページに続く。)

(i) ① を用いると，関数 $\sin(x+a)$，$\sin(x+2a)$，$\sin(x+3a)$ のうちの二つの関数の和 $\boxed{\text{ク}}$ は，残りの関数 $\sin\left(x+\boxed{\text{ケ}}\right)$ の定数倍となる。

したがって，関数 $g(x)$ は

$$g(x)=\boxed{\text{コ}}\sin\left(x+\boxed{\text{ケ}}\right)$$

と変形することができる。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $\sin(x+a)+\sin(x+2a)$	① $\sin(x+a)+\sin(x+3a)$
② $\sin(x+2a)+\sin(x+3a)$	

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ a	① $2a$	② $3a$

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ $2\cos a$	① $-2\cos a$
② $2\cos 2a$	③ $-2\cos 2a$
④ $(2\cos a+1)$	⑤ $(-2\cos a+1)$
⑥ $(2\cos 2a+1)$	⑦ $(-2\cos 2a+1)$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第２問は次ページに続く。）

(ii) $a = \dfrac{5}{6}\pi$ のとき，$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲において，$g(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}\pi$ で

最大値 $\boxed{セ}$ をとる。

$\boxed{セ}$ の解答群

⓪ 0	① 1	② 2	③ -1
④ -2	⑤ $\sqrt{3}$	⑥ $-\sqrt{3}$	⑦ $\sqrt{3}+1$
⑧ $\sqrt{3}-1$	⑨ $-\sqrt{3}+1$		

第３問 （必答問題）（配点　22）

(1)　k を実数とし，３次関数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+k$ を考える。

(i)　$f'(x)=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

$x=$ $\boxed{\text{イ}}$ のとき，$f(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

$x=$ $\boxed{\text{エ}}$ のとき，$f(x)$ は極小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $\frac{1}{3}x^2-2x+3$	① $\frac{1}{3}x^2-2x+3+k$
② x^2-4x+3	③ $x^2-4x+3+k$
④ $\frac{1}{12}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+kx$	⑤ $\frac{1}{3}x^4-2x^3+3x^2+kx$

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① 1	② 2	③ $\frac{2}{3}$	④ $\frac{4}{3}$
⑤ k	⑥ $-\frac{4}{3}+k$	⑦ $-\frac{2}{3}+k$	⑧ $\frac{2}{3}+k$	⑨ $\frac{4}{3}+k$

(ii)　$y=f(x)$ のグラフの概形は

$k=0$ のとき $\boxed{\text{カ}}$

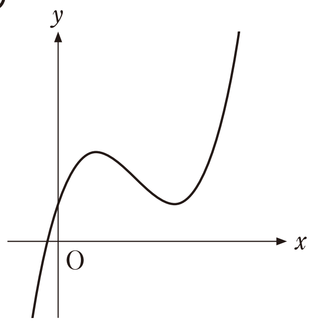
$k>0$ のとき $\boxed{\text{キ}}$

である。

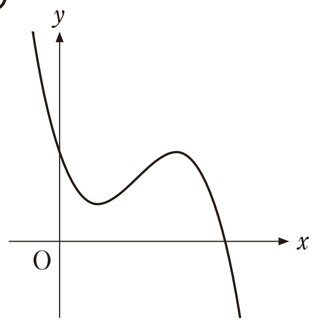
（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第３問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

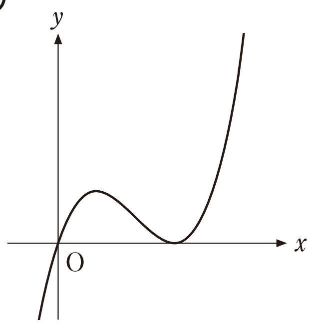
⓪



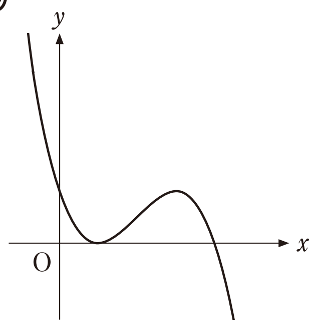
①



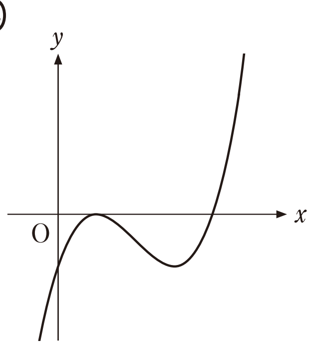
②



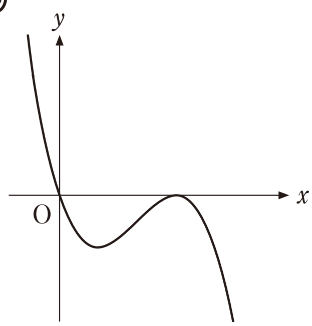
③



④



⑤



（数学Ⅱ，数学B，数学C第３問は次ページに続く。）

(iii) (i)で求めた $\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ のうち，小さい方の数を α とする。

$f(0) < 0 < f(\alpha)$ を満たすような k の値の範囲は $\boxed{\text{ク}} < k < \boxed{\text{ケ}}$ である。

k は $\boxed{\text{ク}} < k < \boxed{\text{ケ}}$ を満たすとする。$0 \leqq x \leqq \alpha$ の範囲において，$f(x) = 0$ を満たす x の値を β とおく。$0 \leqq x \leqq \beta$ の範囲における $y = f(x)$ のグラフと x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積と，$\beta \leqq x \leqq \alpha$ の範囲における $y = f(x)$ のグラフと x 軸および直線 $x = \alpha$ で囲まれた部分の面積が等しいとする。

このとき，$\boxed{\text{コ}}$ が成り立つ。したがって，$k = \dfrac{\boxed{\text{サシス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{ク}}$ ，$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① $\dfrac{2}{3}$	② $\dfrac{3}{4}$	③ $\dfrac{4}{3}$	④ $\dfrac{3}{2}$
⑤ $\dfrac{5}{2}$	⑥ $-\dfrac{2}{3}$	⑦ $-\dfrac{3}{4}$	⑧ $-\dfrac{4}{3}$	⑨ $-\dfrac{3}{2}$

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ $\displaystyle\int_0^\beta f(x)\,dx = \int_\beta^\alpha f(x)\,dx$	① $\displaystyle\int_0^\alpha f(x)\,dx = 0$
② $\displaystyle\int_0^\beta f(x)\,dx = 0$	③ $\displaystyle\int_\beta^\alpha f(x)\,dx = 0$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

(2)　3 次関数 $g(x)$ に対して，与えられた条件のもとで $y=g(x)$ のグラフの概形を考えよう。

• 次の条件 (a) を考える。

条件(a)　$g(0)=0$ かつ $g'(0)>0$ である。

後の⓪～⑦のうち，条件 (a) を満たす関数 $y=g(x)$ のグラフの概形は $\boxed{タ}$，$\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$ の三つであり，残りの五つは条件 (a) を満たさない。ただし，$\boxed{タ}$，$\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$ の解答の順序は問わない。

• 条件 (a) に加えて，次の条件 (b) を考える。

条件(b)　$y=g'(x)$ のグラフは直線 $x=0$ を軸とする放物線である。

後の⓪～⑦のうち，条件 (a)，(b) をともに満たす関数 $y=g(x)$ のグラフの概形は $\boxed{テ}$，$\boxed{ト}$ の二つであり，残りの六つは条件 (a)，(b) の少なくとも一方を満たさない。ただし，$\boxed{テ}$，$\boxed{ト}$ の解答の順序は問わない。

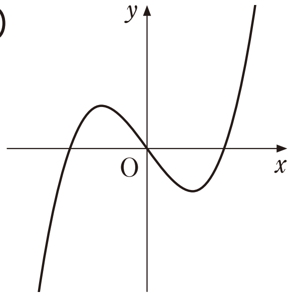
• 条件 (a)，(b) に加えて，次の条件 (c) を考える。

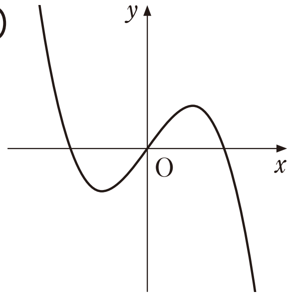
条件(c)　$y=g'(x)$ のグラフは下に凸の放物線である。

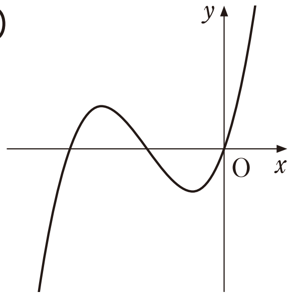
後の⓪～⑦のうち，条件 (a)，(b)，(c) のすべてを満たす関数 $y=g(x)$ のグラフの概形は $\boxed{ナ}$ の一つだけである。

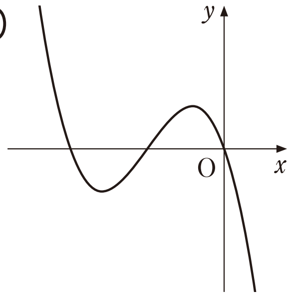
(数学Ⅱ，数学B，数学C第 3 問は次ページに続く。)

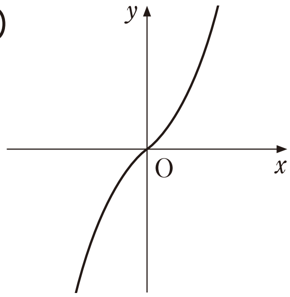
$\boxed{\text{タ}}$ ～ $\boxed{\text{ナ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

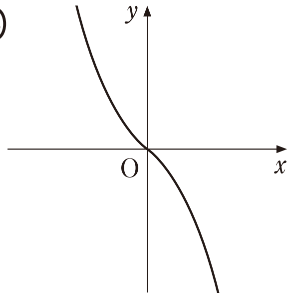
⓪


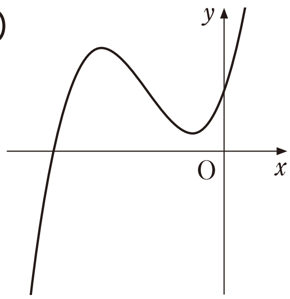
①


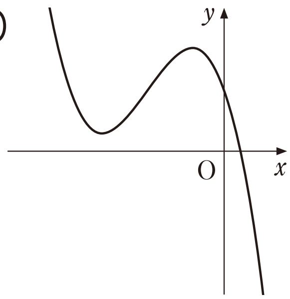
②


③


④


⑤


⑥


⑦


第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第４問 （選択問題）（配点　16）

数列$\{a_n\}$に対して

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定められる数列$\{b_n\}$を，$\{a_n\}$の階差数列という。

(1)　$\{a_n\}$の初項は１とする。また，$\{a_n\}$の階差数列$\{b_n\}$の一般項が

$$b_n = 4n - 1$$

で表されるとする。

(i)　$b_1 = \boxed{\text{ア}}$ であるから，$a_2 = \boxed{\text{イ}}$ となる。さらに，$b_2 = \boxed{\text{ウ}}$ であるから，$a_3 = \boxed{\text{エオ}}$ となる。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第４問は次ページに続く。）

(ii)　n を 2 以上の自然数とする。このとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{\boxed{\text{カ}}} b_k \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立つことから

$$a_n = \boxed{\text{キ}}\,n^2 - \boxed{\text{ク}}\,n + \boxed{\text{ケ}}$$

であることがわかる。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $n-1$	① n	② $n+1$	③ $n+2$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第 4 問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{カ}}$

(2) 太郎さんは，① を変形すると $\sum_{k=1}^{\boxed{\text{カ}}} b_k = a_n - a_1$ となることから，数列の和を求めるために次のことを考えた。

発想

ある数列 $\{d_n\}$ の和を求めたいときは，数列 $\{c_n\}$ で，$\{c_n\}$ の階差数列が $\{d_n\}$ となるものを見つければよい。

太郎さんは，この**発想**に基づいて，一般項が

$$d_n = (2n+1)\cdot 2^n$$

で表される数列 $\{d_n\}$ の和を求めることにした。

数列 $\{c_n\}$ で，$\{c_n\}$ の階差数列が $\{d_n\}$ となるもの，すなわち

$$(2n+1)\cdot 2^n = c_{n+1} - c_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となるものを見つけたい。太郎さんは，$\{d_n\}$ の一般項が n の 1 次式と 2^n の積であることから，$\{c_n\}$ の一般項が

$$c_n = (pn+q)\cdot 2^n$$

と表されるのではないかと考えた。ここで，p，q は定数である。このとき，$c_{n+1} - c_n$ を n，p，q を用いて表すと

$$c_{n+1} - c_n = \left\{ \boxed{\text{コ}}\, n + \boxed{\text{サ}} \right\}\cdot 2^n$$

となる。

よって，$p = \boxed{\text{シ}}$，$q = \boxed{\text{スセ}}$ のとき ② が成り立つ。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第 4 問は次ページに続く。）

以上のことから，すべての自然数 n について，数列 $\{d_n\}$ の初項から第 n 項までの和は

$$\sum_{k=1}^{n} d_k = \left(\boxed{\text{ソ}} \right) \cdot 2^{n+1} + \boxed{\text{タ}}$$

となることがわかる。

$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ p	① q	② $2p$	③ $2q$
④ $(p+q)$	⑤ $(2p+q)$	⑥ $(p+2q)$	⑦ $2(p+q)$

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ $n-1$	① $n+1$	② $2n-3$
③ $2n-1$	④ $2n+1$	⑤ $2n+3$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第４問は次ページに続く。)

(3)　花子さんは，一般項が

$$d_n = (n^2 - n - 1) \cdot 2^n$$

で表される数列$\{d_n\}$の和を求めることにした。(2) の**発想**に基づいて考えると，すべての自然数 n について，$\{d_n\}$の初項から第 n 項までの和は

$$\sum_{k=1}^{n} d_k = \left(\boxed{\text{チ}}\right) \cdot 2^{n+1} - \boxed{\text{ツ}}$$

となることがわかる。

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

⓪ $3n-3$	① $3n+3$	② $5n-7$
③ $5n+7$	④ n^2-n-1	⑤ n^2+n+1
⑥ n^2+3n-3	⑦ n^2-3n+3	⑧ n^2+5n-7
⑨ n^2-5n+7		

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第５問 （選択問題）（配点　16）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 33 ページの正規分布表を用いてもよい。

ある自治体では，地域の知識を問う資格試験(以下，資格試験)を毎年実施しており，200 点満点のうち 120 点以上である受験者を合格としている。

(1)　今年実施した資格試験(以下，今年の資格試験)における受験者全体の得点の平均は 116 点，標準偏差は 25 点であることが公表された。今年の資格試験の受験者の得点は正規分布に従うとし，得点を表す確率変数を X とする。このとき，X は正規分布 $N(116,\ 25^2)$ に従うから，$Y = \boxed{\text{ア}}$ とおくと，Y は標準正規分布 $N(0,1)$ に従う。

したがって，今年の受験者全体のうち，120 点以上である受験者の割合 $P(X \geqq 120)$ はおよそ $\boxed{\text{イ}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{X-116}{5}$	① $\dfrac{X-116}{25}$	② $\dfrac{X-116}{25^2}$
③ $\dfrac{X-120}{5}$	④ $\dfrac{X-120}{25}$	⑤ $\dfrac{X-120}{25^2}$

$\boxed{\text{イ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪ 0.16	① 0.21	② 0.29	③ 0.34
④ 0.41	⑤ 0.44	⑥ 0.50	⑦ 0.84

(数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第５問は次ページに続く。)

(2)　この自治体のA地域では，多くの住民がこの資格試験を受験し，過去10年間における合格率が毎年40％(0.4)を超えていた。太郎さんたちは，今年の資格試験の合格率についても0.4より高いと判断してよいかを調べるために，A地域における住民の受験者の中からn人を無作為に選び，その合否を調査することにした。

(i)　A地域における住民の今年の資格試験(以下，A地域における今年の資格試験)の受験者全体を母集団とし，母集団の大きさは十分に大きいとする。そして，A地域における今年の資格試験の合格率をpとする。無作為に選ぶn人のうちi番目の受験者が合格している場合は1，合格していない場合は0の値をとる確率変数をW_i ($i=1, 2, \cdots, n$)と定義する。このとき，W_iの確率分布は表1のとおりである。

表　1

W_i	0	1	計
確　率	$1-p$	p	1

表1から，W_iの平均(期待値)$E(W_i)$は $\boxed{ウ}$ となる。

また，W_iの分散$V(W_i)$について

$$V(W_i)=\{0-E(W_i)\}^2(1-p)+\{1-E(W_i)\}^2 p$$

から，$V(W_i)$は $\boxed{エ}$ となる。

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ p	① $1-p$	② p^2
③ $p(1-p)$	④ $p^2(1-p)^2$	⑤ $p^3+(1-p)^3$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

(ii) (i)の W_1，W_2，…，W_n を，表1の確率分布をもつ母集団から抽出した大きさ n の無作為標本とみなす。このとき，標本平均を $\overline{W} = \dfrac{W_1 + W_2 + \cdots + W_n}{n}$ とおくと，n が十分に大きいとき，$\overline{W}$ は近似的に正規分布 $N\left(p,\ \boxed{\text{オ}}\right)$ に従う。

この $\overline{W}$ の確率分布を利用して，p が 0.4 より高いといえるかを，有意水準 5 %(0.05)で仮説検定を行い検証したい。ここで，統計的に検証したい仮説を「対立仮説」，対立仮説に反する仮定として設けた仮説を「帰無仮説」とする。このとき，帰無仮説は「$p = 0.4$」，対立仮説は「$p > 0.4$」である。これらの仮説に対して，有意水準 5 % で帰無仮説が棄却(否定)されるかどうかを判断する。

無作為に選ばれた 400 人のうち，184 人が合格者であった。いま，帰無仮説が正しいと仮定する。標本の大きさ $n = 400$ は十分に大きいので，標本平均 $\overline{W}$ は近似的に平均が 0.4，標準偏差が $\boxed{\text{カ}}$ の正規分布に従う。

$\sqrt{6} = 2.45$ として用いると

$$P\left(\overline{W} \geqq \frac{184}{400}\right) = P(\overline{W} \geqq 0.46)$$

の値は $\boxed{\text{キ}}$ となる。よって，この値をパーセント表示した値は有意水準 5 % より $\boxed{\text{ク}}$ 。したがって，有意水準 5 % で A 地域における今年の資格試験の合格率は 0.4 より $\boxed{\text{ケ}}$ 。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ p	① $1-p$	② $p(1-p)$	③ $\dfrac{p}{\sqrt{n}}$
④ $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$	⑤ $\dfrac{p(1-p)}{\sqrt{n}}$	⑥ $\dfrac{\sqrt{1-p}}{n}$	⑦ $\dfrac{p(1-p)}{n}$

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{\sqrt{6}}{5}$	① $\dfrac{6}{25}$	② $\dfrac{\sqrt{6}}{100}$	③ $\dfrac{3}{250}$	④ $\dfrac{3}{500}$	⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{2000}$

$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪ 0.0046	① 0.0062	② 0.0071	③ 0.0987
④ 0.1112	⑤ 0.3888	⑥ 0.4013	⑦ 0.4929

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ 小さいから，帰無仮説は棄却されない

① 小さいから，帰無仮説は棄却される

② 大きいから，帰無仮説は棄却されない

③ 大きいから，帰無仮説は棄却される

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ 高いと判断できる	① 高いとは判断できない

（数学Ⅱ，数学B，数学C第５問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんと花子さんは，(2)の仮説検定の結果について話している。

> 太郎：無作為に選ばれた 100 人のうち 46 人が合格者でも，比率は同じ 0.46 になるから，仮説検定の結果は同じになるのかな。
>
> 花子：試しに計算して調べてみようよ。

A 地域における今年の資格試験の受験者の中から無作為に選ばれた 100 人のうち，46 人が合格者である場合について考える。

(2)の(ii)と同じ帰無仮説と対立仮説に対し，有意水準 5 % で帰無仮説が棄却されるかどうかを調べる。標本の大きさ $n = 100$ は十分に大きいから，(2)の(ii)と同様に，$\overline{W}$ は近似的に正規分布 $N\left(p,\ \boxed{\text{オ}}\right)$ に従う。帰無仮説が正しいと仮定する。このとき，$\sqrt{6} = 2.45$ として用いると

$$P\left(\overline{W} \geqq \frac{46}{100}\right) = P(\overline{W} \geqq 0.46)$$

の値をパーセント表示した値は有意水準 5 % より $\boxed{\text{コ}}$。

したがって，有意水準 5 % で帰無仮説は $\boxed{\text{サ}}$。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ 小さい	① 大きい

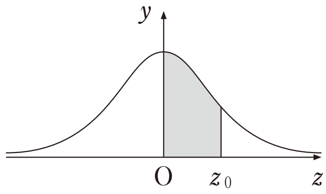
$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

⓪ 棄却される	① 棄却されない

(数学Ⅱ，数学B，数学C第 5 問は次ページに続く。)

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

第４問〜第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第６問 （選択問題）（配点　16）

平面上に，△ABC と点 M がある。

(1)　次の等式を満たす点 P を考える。

$$\overrightarrow{\mathrm{MP}} = \overrightarrow{\mathrm{MA}} + 2\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} - \overrightarrow{\mathrm{MC}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

３点 A，B，C を図１の位置にとる。ただし，図１における△ABC は正三角形，六角形 DEFGCA は正六角形である。

- M が A と一致するとき，P は $\boxed{\text{ア}}$ と一致する。
- M が D と一致するとき，P は $\boxed{\text{イ}}$ と一致する。

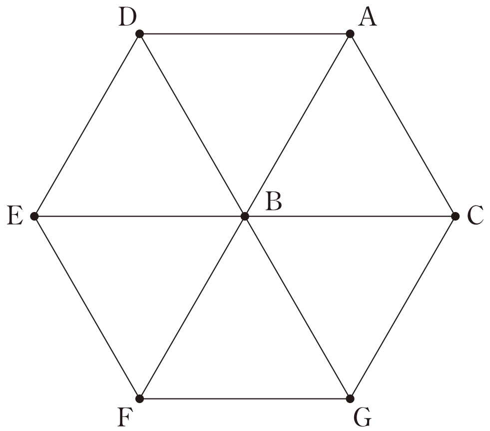


図　1

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ A	① B	② C	③ D	④ E	⑤ F	⑥ G

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第６問は 36 ページに続く。）

(2) a，b，c を実数とする。次の等式を満たす点 P を考える。

$$\overrightarrow{\mathrm{MP}} = a\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} + b\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + c\,\overrightarrow{\mathrm{MC}} \qquad \cdots\cdots ②$$

花子さんと太郎さんは，(1) の考察から，P の位置について話している。

花子：① は $a = 1$，$b = 2$，$c = -1$ の場合だね。(1) で考えた二つの場合では，M の位置によって P の位置が異なるね。

太郎：でも，$a = 1$，$b = 0$，$c = 0$ の場合だと，② は $\overrightarrow{\mathrm{MP}} = \overrightarrow{\mathrm{MA}}$ となるから，M がどの位置にあっても，P は A と一致するよ。

花子：P の位置が変わらないのは，どのようなときかな。

ここでは

M がどの位置にあっても，② を満たす P の位置が変わらない

ための a，b，c の条件を調べよう。

② の両辺を，A を始点とするベクトルを用いて表すと，左辺は

$$\overrightarrow{\mathrm{MP}} = \boxed{\text{ウ}}$$

となり，右辺は

$$a\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} + b\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + c\,\overrightarrow{\mathrm{MC}} = \boxed{\text{エ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \boxed{\text{オ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AC}} + \boxed{\text{カ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AM}}$$

となる。したがって，② は

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \boxed{\text{キ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \boxed{\text{ク}}\,\overrightarrow{\mathrm{AC}} + \boxed{\text{ケ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AM}}$$

と変形できる。

よって，M がどの位置にあっても，② を満たす P の位置が変わらないための必要十分条件は $\boxed{\text{コ}}$ である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第６問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

⓪ $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AM}$	① $-\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AM}$	② $\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AM}$	③ $-\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AM}$

$\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ a	① b	② c
③ $(a+b+c)$	④ $(-a+b+c)$	⑤ $(a-b+c)$
⑥ $(a+b-c)$	⑦ $(-a-b-c)$	⑧ $(1+a+b+c)$
⑨ $(1-a-b-c)$		

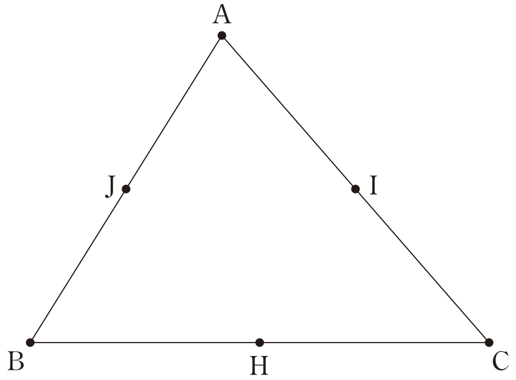
$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ $a=b$	① $b=c$	② $c=a$
③ $a+b-c=0$	④ $a-b+c=1$	⑤ $-a+b+c=-1$
⑥ $a+b+c=0$	⑦ $a+b+c=1$	⑧ $a+b+c=-1$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第６問は次ページに続く。）

(3) a, b, c を，$\boxed{\text{コ}}$ を満たす実数とする。様々な条件のもとで，② を満たす点 P が存在する範囲を調べよう。

(i) a, b, c が，$\boxed{\text{コ}}$ と $a = \dfrac{1}{2}$ を満たすとき，P が存在する範囲は $\boxed{\text{サ}}$ である。ただし，△ABC の辺 BC の中点を H，辺 CA の中点を I，辺 AB の中点を J とする。



参考図

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

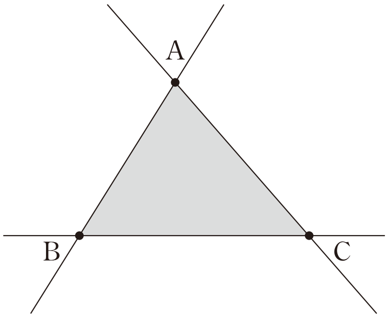
⓪ 直線 AH	① 直線 BI	② 直線 CJ
③ 直線 HI	④ 直線 IJ	⑤ 直線 JH

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第 6 問は次ページに続く。）

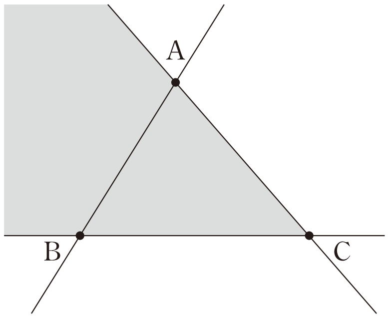
(ii) a，b，c が，$\boxed{\text{コ}}$ と $c < 0$ を満たすとき，P が存在する範囲を図示すると，$\boxed{\text{シ}}$ の灰色部分となる。ただし，境界線を含まない。

$\boxed{\text{シ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

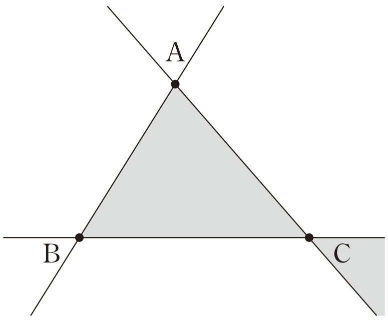
⓪



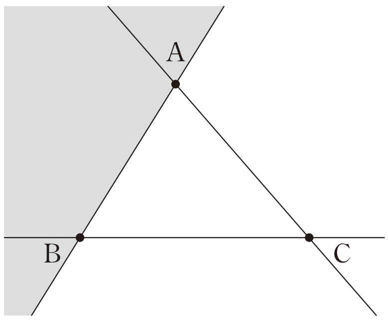
①



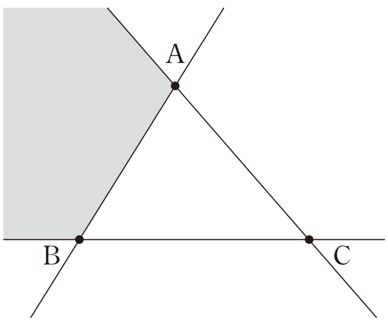
②



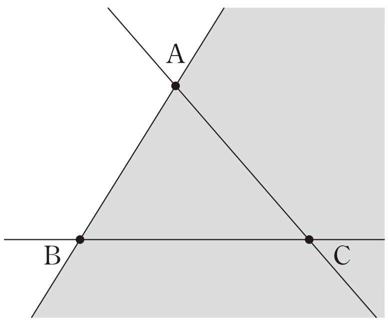
③



④



⑤



第4問～第7問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

第7問 （選択問題）（配点　16）

z を 0 でない複素数とし，$w = z + \dfrac{1}{z}$ とする。また，r を正の実数とし，複素数平面上で，原点 O を中心とする半径 r の円を C とする。

(1)　$z = \sqrt{3} + i$ のとき，$|z| = \boxed{\text{ア}}$ であり

$$w = \frac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}i$$

である。

(2)　z が C 上を動くとき，w が複素数平面上で描く図形を考える。

実数 θ を z の偏角とし，極形式を用いて $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ と表す。

(i)　$w = z + \dfrac{1}{z}$ を r，θ を用いて表すと

$$w = \boxed{\text{キ}} + i\boxed{\text{ク}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。したがって，θ の値によらず $\boxed{\text{ク}} = 0$ となるような r の値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

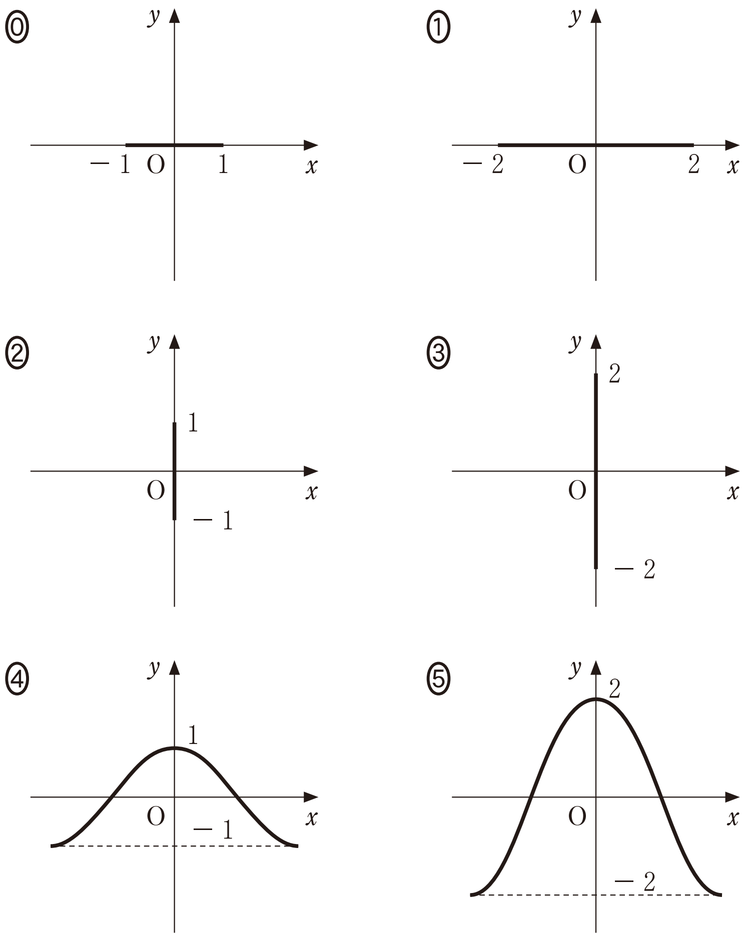
$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$2r\cos\theta$	①　$2r\sin\theta$
②　$(r+1)\cos\theta$	③　$(r+1)\sin\theta$
④　$(r-1)\cos\theta$	⑤　$(r-1)\sin\theta$
⑥　$\left(r+\dfrac{1}{r}\right)\cos\theta$	⑦　$\left(r+\dfrac{1}{r}\right)\sin\theta$
⑧　$\left(r-\dfrac{1}{r}\right)\cos\theta$	⑨　$\left(r-\dfrac{1}{r}\right)\sin\theta$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。）

(ii) $r=\boxed{\text{ケ}}$ とする。z が C 上を動くとき，w が描く図形は $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。



（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

(iii)　$r \neq$ $\boxed{\text{ケ}}$ とする。x，y を実数として $w = x + yi$ とおくと，① から

$$x = \boxed{\boxed{\text{キ}}}, \quad y = \boxed{\boxed{\text{ク}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

が成り立つ。② の二つの式から θ を消去すると，x，y は $\boxed{\boxed{\text{サ}}}$ を満たし，

z が C 上を動くとき，$w = x + yi$ は $\boxed{\boxed{\text{サ}}}$ の表す図形を描く。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{x^2}{r^2}+\dfrac{y^2}{r^2}=1$

① $\dfrac{x^2}{r^2}-\dfrac{y^2}{r^2}=1$

② $\dfrac{x^2}{\left(r+\dfrac{1}{r}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(r-\dfrac{1}{r}\right)^2}=1$

③ $\dfrac{x^2}{\left(r+\dfrac{1}{r}\right)^2}-\dfrac{y^2}{\left(r-\dfrac{1}{r}\right)^2}=1$

④ $\dfrac{x^2}{\left(r-\dfrac{1}{r}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(r+\dfrac{1}{r}\right)^2}=1$

⑤ $\dfrac{x^2}{\left(r-\dfrac{1}{r}\right)^2}-\dfrac{y^2}{\left(r+\dfrac{1}{r}\right)^2}=1$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

(3) $r \neq$ $\boxed{\text{ケ}}$ とする。z が C 上を動くとき，w^2 が描く図形を考えよう。

(i) w^2 を z を用いて表すと，$w^2 =$ $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ $z^2 + \dfrac{1}{z^2}$	① $z^2 + \dfrac{1}{z^2} + 1$	② $z^2 + \dfrac{1}{z^2} - 1$
③ $z^2 + \dfrac{1}{z^2} + 2$	④ $z^2 + \dfrac{1}{z^2} - 2$	⑤ $z^2 + \dfrac{1}{z^2} + 2i$

(ii) z が C 上を動くとき，$z^2 + \dfrac{1}{z^2}$ が描く図形の方程式を考える。このとき，z^2 は原点 O を中心とする半径 r^2 の円を描く。このことから，X，Y を実数として $z^2 + \dfrac{1}{z^2} = X + Yi$ とおくと，X，Y は $\boxed{\text{ス}}$ を満たす。以上を踏まえると，w^2 が描く図形は $\boxed{\text{セ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{X}{r^2 + \dfrac{1}{r^2}} + \dfrac{Y}{r^2 - \dfrac{1}{r^2}} = 1$

① $\dfrac{X^2}{r^4} + \dfrac{Y^2}{r^4} = 1$

② $\dfrac{X^2}{\left(r^2 + \dfrac{1}{r^2}\right)^2} + \dfrac{Y^2}{\left(r^2 - \dfrac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

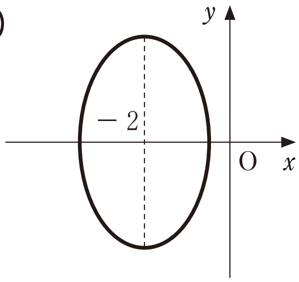
③ $\dfrac{X^2}{\left(r^2 + \dfrac{1}{r^2}\right)^2} - \dfrac{Y^2}{\left(r^2 - \dfrac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

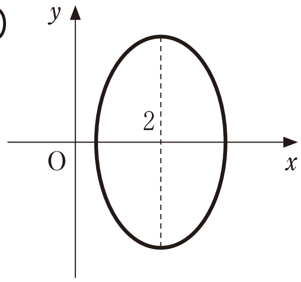
④ $\dfrac{X^2}{\left(r^2 - \dfrac{1}{r^2}\right)^2} + \dfrac{Y^2}{\left(r^2 + \dfrac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

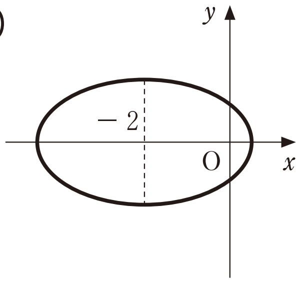
⑤ $\dfrac{X^2}{\left(r^2 - \dfrac{1}{r^2}\right)^2} - \dfrac{Y^2}{\left(r^2 + \dfrac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

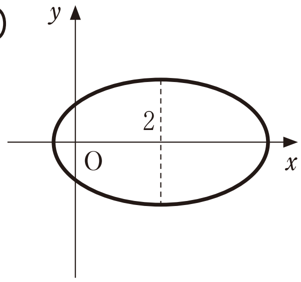
（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

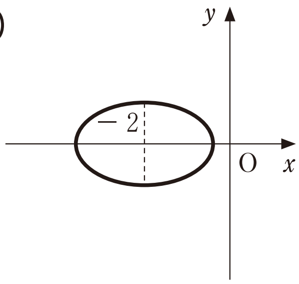
$\boxed{\text{セ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

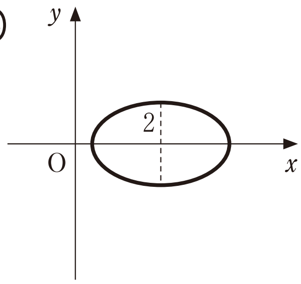
⓪


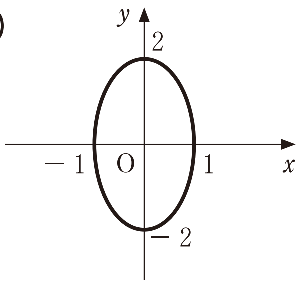
①


②


③


④


⑤


⑥


⑦