数学Ⅱ，数学B，数学C

問　題	選　択　方　法
第 1 問	必　　答
第 2 問	必　　答
第 3 問	必　　答
第 4 問	いずれか 3 問を選択し，解答しなさい。
第 5 問	
第 6 問	
第 7 問	

（注）この科目には，選択問題があります。（３ページ参照。）

第１問 （必答問題）（配点　15）

(1)　２次方程式

$$x^2 - 4x + 16 = 0$$

の解は，$x = \boxed{\text{ア}} \pm \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\,i$ であり，二つの解は互いに共役な複素数であることがわかる。

p，q が実数であるとき，２次方程式

$$x^2 + px + q = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

の解は，$x = \boxed{\boxed{\text{エ}}}$ である。したがって，① の解の一つが虚数であるとき，もう一つの解も虚数であり，二つの解は互いに共役な複素数であることがわかる。

$\boxed{\boxed{\text{エ}}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{p \pm \sqrt{p^2 + 4q}}{2}$	① $\dfrac{p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$
② $\dfrac{-p \pm \sqrt{p^2 + 4q}}{2}$	③ $\dfrac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第１問は次ページに続く。）

(2) $(2-i)^2+2i(2-i)$を計算すると $\boxed{\text{オ}}$ であるから，$z=2-i$は

$$z^2+2iz-\boxed{\text{オ}}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を満たしている。

また，$\bar{z}$を$2-i$と共役な複素数とするとき

$$(\bar{z})^2+2i\bar{z}-\boxed{\text{オ}}\neq 0$$

となる。

太郎さんと花子さんは，② について話している。

太郎：② を係数が複素数である 2 次方程式と考えると，虚数$z=2-i$は解になるけど，$2-i$と共役な複素数は解にならないね。

花子：② を満たすzは$2-i$の他にもあるのかな。

② を変形すると

$$(z+i)^2=\boxed{\text{カ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

となる。したがって，$z=2-i$の他に

$$z=\boxed{\text{キク}}-i$$

も ② を満たすことがわかる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんと花子さんは

$$z^2-(2+4i)z-9+12i=0 \quad \cdots\cdots ④$$

を満たす複素数 z を求めようとしている。

④ を変形すると

$$\left(z-\boxed{\text{ケ}}-\boxed{\text{コ}}\,i\right)^2=\boxed{\text{サ}}-\boxed{\text{シ}}\,i \quad \cdots\cdots ⑤$$

と表せる。$w=z-\boxed{\text{ケ}}-\boxed{\text{コ}}\,i$ とおくと，⑤ は

$$w^2=\boxed{\text{サ}}-\boxed{\text{シ}}\,i \quad \cdots\cdots ⑥$$

となる。

太郎：③ の右辺は実数だったけど，⑤ の右辺は虚数だね。

花子：そうだね。w が実数だと，w^2 も実数になって ⑥ が成り立たないね。

w が虚数の場合はどうかな。

w を虚数とすると，実数 a，b を用いて $w=a+bi$ とおける。ただし，$b \neq 0$ である。このとき，w^2 は a，b を用いて

$$w^2=\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\,i \quad \cdots\cdots ⑦$$

と表せる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

⑥ と ⑦ により

$$\boxed{\boxed{\text{ス}}} + \boxed{\boxed{\text{セ}}}\, i = \boxed{\text{サ}} - \boxed{\text{シ}}\, i$$

が成り立つから，実数 a，b についての連立方程式が得られる。b を求めると

$$b = \pm\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。さらに，a を求めることで

$$w = \pm\left(\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\, i\right)$$

が得られる。

したがって，$z = w + \boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}}\, i$ であるから

$$z = \boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \left(\boxed{\text{コ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\right)i$$

と

$$z = \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \left(\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\right)i$$

は ④ を満たすことがわかる。

$\boxed{\boxed{\text{ス}}}$ ，$\boxed{\boxed{\text{セ}}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $(a + b)$	① $(a - b)$	② $(a^2 + b^2)$	③ $(a^2 - b^2)$
④ $2a$	⑤ $2b$	⑥ $2ab$	⑦ a^2b^2

第２問 （必答問題）（配点　15）

正の数 p，q が連立不等式

$$\begin{cases} p^2 \leqq q \leqq \dfrac{p^3}{10} & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{10^6}{p^2 q} \leqq q \leqq \dfrac{10^9}{p^2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

を満たすとき，$\dfrac{q}{p}$ のとり得る値の範囲について考えよう。

(1)　太郎さんと花子さんは，連立不等式 ①，② について話している。

太郎：① と ② の表す領域を図示するのは難しそうだね。

花子：対数をとってみたらどうかな。

(i)　$p = 100$ のとき，$\log_{10} p^2 = \boxed{\text{ア}}$，$\log_{10} \dfrac{p^3}{10} = \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii)　正の数 M，N に対し

$$M < N \iff \log_{10} M \ \boxed{\text{ウ}}\ \log_{10} N$$

が成り立ち，さらに，「$M = N \iff \log_{10} M = \log_{10} N$」であることを考えると

$$M \leqq N \iff \log_{10} M \ \boxed{\text{エ}}\ \log_{10} N$$

が成り立つ。

よって

$$p^2 \leqq q \iff \log_{10} p^2 \ \boxed{\text{エ}}\ \log_{10} q$$

が成り立つ。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第２問は次ページに続く。）

$x = \log_{10} p$, $y = \log_{10} q$ とすると，① が成り立つとき，x，y は

$$\boxed{\text{オ}} \leqq y \leqq \boxed{\text{カ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

を満たす。逆に，③ が成り立つとき，p，q は ① を満たす。

また，② が成り立つとき，x，y は

$$\boxed{\text{キ}} \leqq y \leqq \boxed{\text{ク}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

を満たす。逆に，④ が成り立つとき，p，q は ② を満たす。

ウ，エ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $<$	① $\leqq$	② $=$	③ $\geqq$	④ $>$

オ，カ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $2x - 1$	① $2x$	② $2x + 1$	③ $3x - 1$
④ $3x$	⑤ $3x + 1$	⑥ x^2	⑦ $\dfrac{x^3}{10}$

キ，ク の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

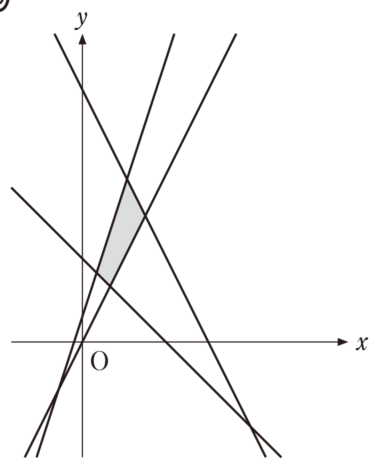
⓪ $-x + 3$	① $-x + 6$	② $-x + 9$	③ $-2x + 6$
④ $-2x + 9$	⑤ $2x + 9$	⑥ $\dfrac{10^3}{x}$	⑦ $\dfrac{10^9}{x^2}$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第２問は次ページに続く。）

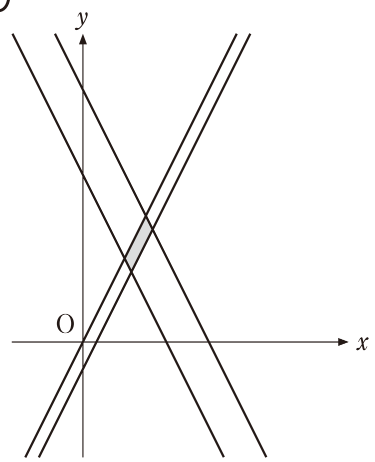
(2)　連立不等式③，④の表す領域を図示すると $\boxed{\text{ケ}}$ の灰色部分である。ただし，境界線を含む。

$\boxed{\text{ケ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

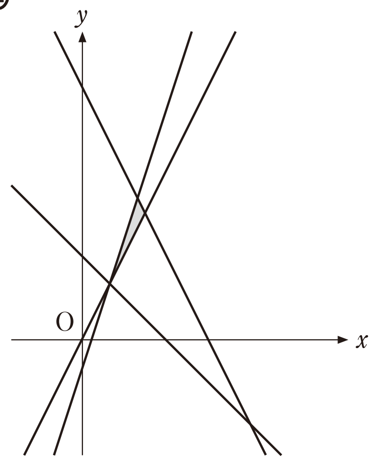
⓪



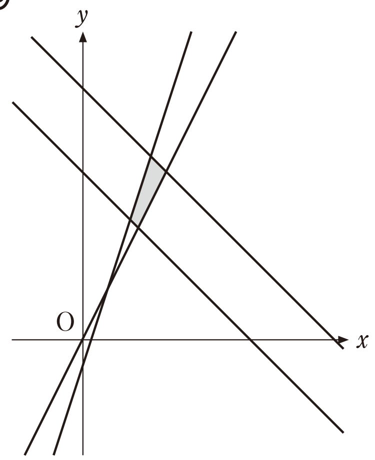
①



②



③



（数学Ⅱ，数学B，数学C第2問は次ページに続く。）

(3) $k = \dfrac{q}{p}$ とおき，k のとり得る値の範囲を求める。$x = \log_{10} p$，$y = \log_{10} q$ とするとき，y を k，x を用いて表すと，$y =$ $\boxed{\text{コ}}$ である。

$y =$ $\boxed{\text{コ}}$ のグラフが連立不等式 ③，④ の表す領域と共有点をもつのは

$$\boxed{\text{サ}} \leqq k \leqq \boxed{\text{シ}}$$

のときである。

したがって，p，q が連立不等式 ①，② を満たすとき，$\dfrac{q}{p}$ のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{サ}} \leqq \dfrac{q}{p} \leqq \boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ kx	① $\dfrac{x}{k}$	② $x + k$
③ $-x + k$	④ $-x + \log_{10} k$	⑤ $x + \log_{10} k$

$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $\sqrt[4]{10}$	① 1	② 2	③ 3
④ $\dfrac{5}{2}$	⑤ 10	⑥ $10\sqrt[4]{10}$	⑦ 1000

第３問 （必答問題）（配点　22）

座標平面上で，３次関数のグラフが，直線や２次関数のグラフと囲む図形の面積について考えよう。

(1)　$f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{2}x^2 + 2x + 1$ とする。$f'(x) = \boxed{\boxed{\text{ア}}}$ であり，$f(x)$ は $x = \boxed{\text{イ}}$ で極大値をとり，$x = \boxed{\text{ウ}}$ で極小値をとる。

また，$y = f(x)$ のグラフ上の点 $(0,\ f(0))$ における接線の方程式を $y = g(x)$ とおくと，$g(x) = \boxed{\text{エ}}\,x + \boxed{\text{オ}}$ であり，$y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの，点 $(0,\ f(0))$ 以外の共有点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

$h(x) = g(x) - f(x)$ とおく。$h(x)$ は $x \geqq 0$ の範囲において $x = \boxed{\text{ク}}$ で最大値をとる。$\alpha = \boxed{\text{ク}}$ とおくとき，$y = f(x)$ のグラフ上の点 $(\alpha,\ f(\alpha))$ における接線は，直線 $y = g(x)$ に $\boxed{\boxed{\text{ケ}}}$。

さらに，$0 \leqq x \leqq \boxed{\text{ク}}$ の範囲で，関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = g(x)$ および直線 $x = \boxed{\text{ク}}$ で囲まれた図形の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第３問は次ページに続く。）

$\boxed{ア}$ の解答群

⓪ $\frac{1}{9}x^2 - \frac{3}{4}x + 2$	① $\frac{1}{3}x^2 - x + \frac{2}{3}$
② $\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$	③ $x^2 - 3x + 2$
④ $\frac{1}{9}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2x$	⑤ $\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + x^2 + x$

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪ 平行である

① 垂直である

② 平行でなく，かつ垂直でない

（数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。）

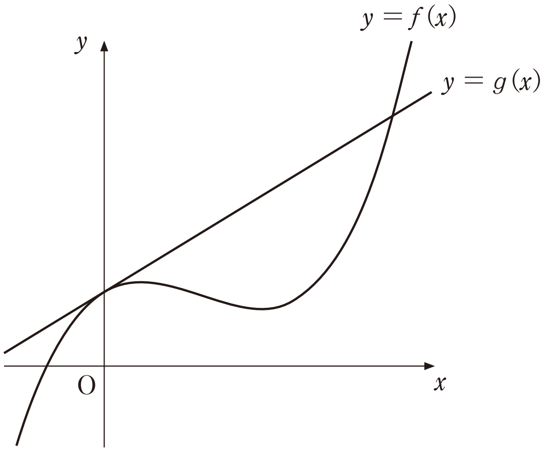
(2) $f(x)$ を x^3 の係数が 1 である 3 次関数とする。

(i) 関数 $g(x)$ は次の条件を満たしているとする。

条件：$g(x)$ は 1 次関数で，直線 $y = g(x)$ は関数 $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(0, f(0))$ における接線である。

次の**問題**について考えよう。

問題 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフは点 $(0, f(0))$ 以外に共有点をもち，その共有点の x 座標は正であるとする。また，$x \geqq 0$ の範囲において関数 $h(x) = g(x) - f(x)$ が $x = \alpha$ で最大値をとるとする。さらに，$0 \leqq x \leqq \alpha$ の範囲で，$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフおよび直線 $x = \alpha$ で囲まれた図形の面積を S とおく。S を α を用いて表せ。



参考図

(数学Ⅱ，数学B，数学C第 3 問は次ページに続く。)

$h'(x)$ は x^2 の係数が $\boxed{\text{スセ}}$ の2次関数であり，$x=0$，$\boxed{\text{ソ}}$ で $h'(x)=0$ を満たす。よって

$$h'(x)=\boxed{\text{スセ}}\,x\left(x-\boxed{\text{ソ}}\right)$$

である。また，$h(0)=0$ から

$$h(x)=\int_{\boxed{\text{チ}}}^{\boxed{\text{タ}}} h'(t)\,dt$$

であり，よって，$h(x)=\boxed{\text{ツ}}$ である。したがって，$S=\boxed{\text{テ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{1}{3}\alpha$	① $\dfrac{1}{2}\alpha$	② $\dfrac{2}{3}\alpha$	③ α	④ $\dfrac{3}{2}\alpha$

$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① x	② $\dfrac{3}{2}x$	③ $\dfrac{1}{3}\alpha$
④ $\dfrac{1}{2}\alpha$	⑤ $\dfrac{2}{3}\alpha$	⑥ α	⑦ $\dfrac{3}{2}\alpha$

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

⓪ $-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{3}\alpha x$	① $-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{2}{3}\alpha x$	② $-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}\alpha x^2$
③ $-x^3+\alpha x$	④ $-x^3+\alpha x^2$	⑤ $-x^3+\dfrac{3}{2}\alpha x^2$

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{1}{6}\alpha^3$	① $\dfrac{1}{4}\alpha^3$	② $\dfrac{3}{4}\alpha^3$
③ $\dfrac{1}{12}\alpha^4$	④ $\dfrac{1}{4}\alpha^4$	⑤ $\dfrac{1}{3}\alpha^4$
⑥ $-\dfrac{1}{4}\alpha^4+\dfrac{1}{2}\alpha^2$	⑦ $-\dfrac{1}{4}\alpha^4+\dfrac{1}{3}\alpha^3$	⑧ $-\dfrac{1}{4}\alpha^4+\dfrac{1}{2}\alpha^3$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。）

(ii) (i)の $g(x)$ を，次の条件を満たす 2 次関数に置き換えて，**問題**について考えよう。

条件：$g(x)$ は 2 次関数で，$y = f(x)$ のグラフ上の点 $(0,\ f(0))$ における接線と $y = g(x)$ のグラフ上の点 $(0,\ g(0))$ における接線は一致する。

このとき，$S =$ $\boxed{\text{ト}}$ である。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第 3 問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ $\frac{1}{12}a^3$	① $\frac{1}{6}a^3$	② $\frac{1}{4}a^3$
③ $\frac{1}{36}a^4$	④ $\frac{1}{12}a^4$	⑤ $\frac{1}{4}a^4$
⑥ $-\frac{1}{12}a^4+\frac{1}{9}a^3$	⑦ $-\frac{1}{12}a^4+\frac{1}{3}a^3$	⑧ $-\frac{1}{12}a^4+\frac{4}{9}a^3$

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第４問 （選択問題）（配点　16）

(1)　数列 $\{a_n\}$ を次の式で定める。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \quad \cdots\cdots ①$$

初項 a_1，第２項 a_2 および漸化式①により，第３項 a_3 が求められる。また，a_2，a_3 および漸化式①により，第４項 a_4 が求められる。同様に，a_5，a_6，… を順に求めることができる。

(i)　$a_3 = \boxed{\text{ア}}$，$a_4 = \boxed{\text{イウ}}$ である。

(ii)　太郎さんは，隣接する三つの項 a_n，a_{n+1}，a_{n+2} について，$a_n a_{n+2}$ の値と $(a_{n+1})^2$ の値がほぼ等しいのではないかと考えた。そこで，その差 $a_n a_{n+2} - (a_{n+1})^2$ に着目して，すべての自然数 n について

$$a_n a_{n+2} - (a_{n+1})^2 = 1 \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つのではないかと推測した。

すべての自然数 n について②が成り立つことを，太郎さんは，数学的帰納法を用いて次のように証明した。

証明

［Ⅰ］　$n = 1$ のとき，$a_1 = 1$，$a_2 = 2$，$a_3 = \boxed{\text{ア}}$ であるから，

$a_1 a_3 - (a_2)^2 = 1$ が成り立つ。よって，$n = 1$ のとき，②が成り立つ。

［Ⅱ］　$n = k$ のとき②が成り立つと仮定する。

$n = k + 1$ のとき，漸化式①により

$$\begin{aligned} a_{k+1}a_{k+3} - (a_{k+2})^2 &= a_{k+1}(3a_{k+2} - a_{k+1}) - (a_{k+2})^2 \\ &= (3a_{k+1} - a_{k+2})a_{k+2} - (a_{k+1})^2 \\ &= a_k a_{k+2} - (a_{k+1})^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

が成り立つ。したがって，$n = k + 1$ のときにも②が成り立つ。

［Ⅰ］，［Ⅱ］により，すべての自然数 n について②が成り立つ。

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第４問は次ページに続く。）

証明の[Ⅱ]では，次の式Ⓐ，Ⓑ，Ⓒ，Ⓓについて，$\boxed{\text{エ}}$を示している。

Ⓐ　$a_{k+2} = 3a_{k+1} - a_k$

Ⓑ　$a_{k+3} = 3a_{k+2} - a_{k+1}$

Ⓒ　$a_k a_{k+2} - (a_{k+1})^2 = 1$

Ⓓ　$a_{k+1} a_{k+3} - (a_{k+2})^2 = 1$

$\boxed{\text{エ}}$については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　ⒶとⒷが成り立つことを用いて，Ⓒが成り立つならばⓓが成り立つこと

①　ⒶとⒷが成り立つことを用いて，Ⓓが成り立つならばⒸが成り立つこと

②　ⒸとⒹが成り立つことを用いて，Ⓐが成り立つならばⒷが成り立つこと

③　ⒸとⒹが成り立つことを用いて，Ⓑが成り立つならばⒶが成り立つこと

（数学Ⅱ，数学B，数学C第4問は次ページに続く。）

(2)　太郎さんは，他の数列についても似たようなことが成り立つかどうかを調べてみた。

数列$\{b_n\}$を次の式で定める。

$$b_1 = 1, \quad b_2 = 2$$

$$b_{n+2} = 6b_{n+1} - 5b_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1)の(ii)と同様の計算により，自然数kについて

$$\begin{aligned} b_{k+1}b_{k+3} - (b_{k+2})^2 &= b_{k+1}\left(\boxed{\text{オ}}\,b_{k+2} - \boxed{\text{カ}}\,b_{k+1}\right) - (b_{k+2})^2 \\ &= \left(\boxed{\text{オ}}\,b_{k+1} - b_{k+2}\right)b_{k+2} - \boxed{\text{カ}}\,(b_{k+1})^2 \\ &= \boxed{\text{キ}}\left\{b_k b_{k+2} - (b_{k+1})^2\right\} \end{aligned}$$

が成り立つ。

したがって，すべての自然数nについて

$$b_n b_{n+2} - (b_{n+1})^2 = \boxed{\text{ク}} \cdot \boxed{\text{ケ}}^{\,n-1}$$

が成り立つ。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第4問は22ページに続く。）

(3) p，q を 0 でない実数とする。太郎さんと花子さんは，p，q を用いて

$$c_1 = 1, \quad c_2 = 2$$

$$c_{n+2} = pc_{n+1} + qc_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定められる数列 $\{c_n\}$ について，$c_nc_{n+2} - (c_{n+1})^2$ がどのような値をとるかを考えている。

太郎：$c_nc_{n+2} - (c_{n+1})^2$ の値が n によって変化するかしないかに，p と q の値が関係しているようだね。

花子：n によらない一定の値をとるのはどのようなときかな。

数列 $\{d_n\}$ を

$$d_n = c_nc_{n+2} - (c_{n+1})^2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。

$c_3 = 2p + q$ であるから，$d_1 = 2p + q - 4$ である。ここでは $d_1 \fallingdotseq 0$，つまり，$2p + q - 4 \fallingdotseq 0$ とする。このとき，(1) や (2) と同様に考えると，数列 $\{d_n\}$ は $\boxed{\text{コ}}$ 数列であり，その $\boxed{\text{サ}}$ は $\boxed{\text{シ}}$ であることがわかる。また，d_n が n によらない一定の値であるのは，$\boxed{\text{サ}}$ が $\boxed{\text{ス}}$ のときである。

以上により，$c_nc_{n+2} - (c_{n+1})^2$ が n によらない一定の値であるのは，$\boxed{\text{シ}} = \boxed{\text{ス}}$ が成り立つときである。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第4問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ 等　差	① 等　比

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

⓪ 公　差	① 公　比

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ $p-2$	① $q-2$	② $-p$	③ $-q$
④ $p+2q$	⑤ $p-2q$	⑥ pq	⑦ p^2+4q

第4問～第7問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

第5問 （選択問題）（配点　16）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて31ページの正規分布表を用いてもよい。

ある工場では，1日に225枚の木製の円板を製作している。円板の直径(単位 mm)は400を標準とする。直径が396より小さい，または404より大きい円板は製品として使用できないので，そのような円板を不良品とする。

この工場で製作される円板の直径を表す確率変数をXとする。このとき，製作される円板1枚が不良品となる確率(以下，不良品率)pは

$$p = 1 - P(396 \leqq X \leqq 404)$$

と表せる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。）

(1) 製作工程が正常に作動しているときは，X は正規分布 $N(400,\ 4)$ に従う。このとき

$$Z = \frac{X - \boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。その場合の不良品率の値を p_0 と表すと

$$p_0 = 1 - P(396 \leqq X \leqq 404)$$

であるから，p_0 の値はおよそ $\boxed{\text{オ}}$ である。

一方，製作工程が正常に作動しておらず，X が正規分布 $N(401,\ 4)$ に従うとする。その場合の不良品率の値を p_1 と表すと，$\boxed{\text{カ}}$ 。

$\boxed{\text{オ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪ 0.025	① 0.046	② 0.050	③ 0.317
④ 0.683	⑤ 0.950	⑥ 0.954	⑦ 0.975

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ p_1 は p_0 より小さい
① p_1 は p_0 より大きい
② p_1 と p_0 は等しい
③ p_1 と p_0 の大小はわからない

（数学Ⅱ，数学B，数学C第５問は次ページに続く。）

(2) この工場では，1日における不良品の枚数が一定の枚数より多いときに，製作工程を点検することにした。

(i) 円板が不良品であるときに1，不良品でないときに0の値をとる確率変数をYとする。Yの確率分布は，$P(Y=0)=1-p$，$P(Y=1)=p$である。製作される225枚の円板が不良品かどうかを表す確率変数をY_1，Y_2，…，Y_{225}とし，Yと同じ確率分布をもつ母集団から抽出した無作為標本とみなす。

Y_1，Y_2，…，Y_{225}の和を$W=Y_1+Y_2+\cdots+Y_{225}$で表すと，Wは二項分布 キ に従う。標本の大きさ225は十分に大きいので，Wは近似的に平均が ク ，標準偏差が ケ の正規分布に従う。

キ の解答群

⓪ $B(1,\ p)$	① $B(15,\ p)$	② $B(225,\ p)$
③ $B(1,\ 1-p)$	④ $B(15,\ 1-p)$	⑤ $B(225,\ 1-p)$

ク の解答群

⓪ p	① $15p$	② $225p$
③ $1-p$	④ $15(1-p)$	⑤ $225(1-p)$

ケ の解答群

⓪ $\dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{225}$	① $\dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{15}$
② $\sqrt{p(1-p)}$	③ $15\sqrt{p(1-p)}$
④ $225\sqrt{p(1-p)}$	⑤ $\dfrac{p(1-p)}{225}$
⑥ $p(1-p)$	⑦ $225p(1-p)$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。）

(ii) 不良品率 p が(1)で求めた p_0 より大きいといえるかについて，有意水準5％(0.05)で仮説検定を行う。ここで，統計的に検証したい仮説を「対立仮説」，対立仮説に反する仮定として設けた仮説を「帰無仮説」とする。このとき，帰無仮説は「$p = p_0$」，対立仮説は「$\boxed{\text{コ}}$」である。

帰無仮説が正しいと仮定すると，有意水準5％で帰無仮説が棄却(否定)されるような確率変数の値の範囲が定まる。この範囲を有意水準5％の棄却域という。円板の不良品率が p_0 より大きければ帰無仮説が棄却されるように，棄却域を片側にとる。すなわち，(i)の W が，ある値 c よりも大きいときに帰無仮説を棄却する。c の値は，帰無仮説「$p = p_0$」のもとで

$$P(W > c) = 0.05$$

となるように求めればよい。

(i)から W の分布は正規分布で近似できるので，$\boxed{\text{ク}}$ と $\boxed{\text{ケ}}$ の p に p_0 を代入したものを，それぞれ a と b とすると

$$c = a + \boxed{\text{サ}} \times b$$

であり，棄却域は $W > c$ となる。

この方法に従えば，1日に製作される円板の不良品の枚数が16以上であるときに製作工程を点検することになる。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ $p < p_0$	① $p \leqq p_0$	② $p = p_0$	③ $p \geqq p_0$	④ $p > p_0$

$\boxed{\text{サ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 0.95	① 1.64	② 1.96	③ 2.33	④ 2.58

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

(3)　花子さんと太郎さんは，(2)とは異なる方法で製作工程を点検するかどうかを判断できないか話している。

花子：不良品を数える以外の方法がないかな。

太郎：円板の直径の値をそのまま利用する方法を考えてみようよ。

製作される225枚の円板の直径を表す確率変数をX_1，X_2，…，X_{225}とし，平均m，標準偏差2の正規分布をもつ母集団からの無作為標本とする。それらの標本平均を$\overline{X} = \dfrac{1}{225}(X_1 + X_2 + \cdots + X_{225})$で表す。このとき，$\overline{X}$は正規分布$N\left(m,\ \dfrac{4}{225}\right)$に従うことが知られている。

母平均mの値が400でないといえるかについて，有意水準5％(0.05)で仮説検定を行う。このとき，帰無仮説は「$m = 400$」，対立仮説は「$m \neq 400$」である。

帰無仮説が正しくないとき，$m < 400$であれば，$\overline{X}$は400よりも小さな値をとりやすく，$m > 400$であれば，$\overline{X}$は400よりも大きな値をとりやすい。このことから，棄却域を両側にとって，$\overline{X}$が400よりも小さすぎても大きすぎても，帰無仮説を棄却するのがよい。ここでは，帰無仮説が正しいとき

$$P(\overline{X} < c_1) = 0.025,\qquad P(\overline{X} > c_2) = 0.025$$

となるようにc_1とc_2の値を選ぶと

$$c_1 = \boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}},\qquad c_2 = \boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}$$

となる。したがって，棄却域は$\overline{X} < c_1$または$c_2 < \overline{X}$となる。

この方法に従えば，1日に製作される円板の直径の平均値をtとすると，$t < c_1$または$c_2 < t$であるときに製作工程を点検することになる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。）

$\boxed{シ}$ の解答群

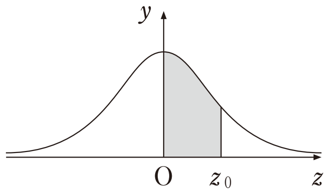
⓪ 15	① 20	② 225	③ 400

$\boxed{ス}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

⓪ $0.95 \times \dfrac{2}{15}$	① $0.95 \times \dfrac{4}{225}$
② $1.64 \times \dfrac{2}{15}$	③ $1.64 \times \dfrac{4}{225}$
④ $1.96 \times \dfrac{2}{15}$	⑤ $1.96 \times \dfrac{4}{225}$
⑥ $2.33 \times \dfrac{2}{15}$	⑦ $2.33 \times \dfrac{4}{225}$
⑧ $2.58 \times \dfrac{2}{15}$	⑨ $2.58 \times \dfrac{4}{225}$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は31ページに続く。）

正 規 分 布 表



次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。

z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

第 4 問～第 7 問は，いずれか 3 問を選択し，解答しなさい。

第 6 問 （選択問題）（配点　16）

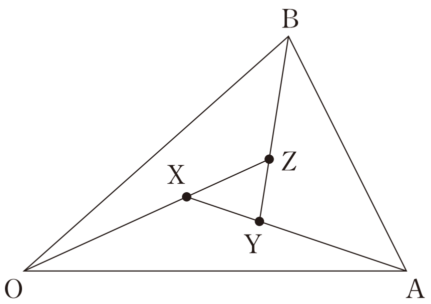
平面上に△OAB がある。

3 点 X，Y，Z は次の条件 ㋐，㋑，㋒ を満たすとする。

㋐　X は線分 OZ を 2 ： 1 に内分する。

㋑　Y は線分 AX を 2 ： 1 に内分する。

㋒　Z は線分 BY を 2 ： 1 に内分する。



参考図

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とおく。また，$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \vec{x}$，$\overrightarrow{\mathrm{OY}} = \vec{y}$，$\overrightarrow{\mathrm{OZ}} = \vec{z}$ とおく。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第 6 問は次ページに続く。）

(1) $\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表そう。

(i) 条件 ㋐ から

$$\vec{x} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{z} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

である。

また，条件 ㋑，㋒ から，それぞれ

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OX} + \overrightarrow{XA} = \overrightarrow{OX} + \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{XY}$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OZ} + \overrightarrow{ZB} = \overrightarrow{OZ} - \boxed{\text{エ}}\,\overrightarrow{ZY}$$

である。これらの等式を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ を用いて表すと

$$-\boxed{\text{オ}}\,\vec{x} + \boxed{\text{ウ}}\,\vec{y} = \vec{a} \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

$$-\boxed{\text{エ}}\,\vec{y} + \boxed{\text{カ}}\,\vec{z} = \vec{b} \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

となる。

(ii) ①，② から

$$\boxed{\text{ウ}}\,\vec{y} - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\vec{z} = \vec{a}$$

となる。

これと ③ から

$$\vec{y} = \frac{1}{\boxed{\text{ケコ}}}\left(\boxed{\text{サ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{シ}}\,\vec{b}\right)$$

$$\vec{z} = \frac{1}{\boxed{\text{ケコ}}}\left(\boxed{\text{ス}}\,\vec{a} + \boxed{\text{セ}}\,\vec{b}\right)$$

を得る。さらに ① から，$\vec{x}$ も $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表すことができる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第 6 問は次ページに続く。）

(2)　$|\vec{a}| = 1$ とする。△XYZ が $\angle X = 90°$ である直角三角形となるような $|\vec{b}|$ の値について考えてみよう。

(i)　$\overrightarrow{XY}$ と $\overrightarrow{XZ}$ の内積を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{XY} \cdot \overrightarrow{XZ} = \frac{1}{\boxed{\text{ケコ}}^{2}}\left(\boxed{\text{ソタ}} + \boxed{\text{チツ}}\,\vec{a}\cdot\vec{b} - \boxed{\text{テ}}\,|\vec{b}|^{2}\right)$$

となる。

(ii)　$\angle AOB = 90°$ とする。(i)により，△XYZ が $\angle X = 90°$ である直角三角形となるのは，$|\vec{b}| = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ のときである。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。）

(iii) $\angle\mathrm{AOB} = 100^\circ$ とする。また，$k = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ とおく。このとき，$\triangle\mathrm{XYZ}$ が $\angle\mathrm{X} = 90^\circ$ である直角三角形となるような $|\vec{b}|$ の値は $\boxed{\text{ヌ}}$。

$\boxed{\text{ヌ}}$ の解答群

- ⓪ ちょうど一つあり，k より小さい
- ① ちょうど一つあり，k と等しい
- ② ちょうど一つあり，k より大きい
- ③ ちょうど二つあり，どちらも k より小さい
- ④ ちょうど二つあり，どちらも k より大きい
- ⑤ ちょうど二つあり，一方は k より小さく，他方は k より大きい
- ⑥ ちょうど二つあり，一方は k より小さく，他方は k と等しい
- ⑦ ちょうど二つあり，一方は k と等しく，他方は k より大きい

第4問～第7問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

第7問 （選択問題）（配点　16）

絶対値を含む極方程式の表す図形について考察する。ここでは，座標平面において，原点Oを極とし，x 軸の正の部分を始線とする極座標$(r,\ \theta)$を用いる。すなわち，座標平面上の点Pの位置を，OPの長さ r と，x 軸の正の部分を始線とする動径OPの表す角 θ の組$(r,\ \theta)$で定める。

ただし，$r \geqq 0$，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。また，$r = 0$ のとき，極座標$(0,\ \theta)$は θ の値によらず原点Oを表す。

(1) 極座標が$(r,\ \theta)$である点を，直交座標$(x,\ y)$で表そう。

x，y を r，θ を用いて表すと

$$x = \boxed{\text{ア}},\quad y = \boxed{\text{イ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ r	① $\sin\theta$	② $\cos\theta$
③ $\tan\theta$	④ $r\sin\theta$	⑤ $r\cos\theta$
⑥ $r\tan\theta$	⑦ $\dfrac{\sin\theta}{r}$	⑧ $\dfrac{\cos\theta}{r}$
⑨ $\dfrac{\tan\theta}{r}$		

（数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。）

(2) 極方程式

$$r = 2|\cos\theta| \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

の表す座標平面上の図形を C とする。

(i) $\theta = \dfrac{\pi}{6}$ のとき，② から $r = \boxed{\text{ウ}}$ である。極座標が $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \dfrac{\pi}{6}\right)$ である点の直交座標は，① を用いると $\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$ である。

$\boxed{\text{ウ}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① 1	② $\dfrac{1}{2}$	③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$	⑥ $\sqrt{2}$	⑦ $\dfrac{3}{2}$	⑧ $\sqrt{3}$	⑨ $\sqrt{6}$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

(ii) ② を直交座標 (x, y) の方程式で表すことにより，② の表す図形 C について考えよう。

- $\cos\theta \geqq 0$ を満たす θ の値の範囲は $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3}{2}\pi \leqq \theta < 2\pi$ である。

  このとき，② は

  $$r = 2\cos\theta \qquad \cdots\cdots\cdots ③$$

  である。③ の両辺に r を掛けて ① を用いると，③ は x，y の方程式 $\boxed{\text{カ}}$ と変形できる。

- $\cos\theta < 0$ を満たす θ の値の範囲は $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$ である。このとき，② は

  $$r = -2\cos\theta \qquad \cdots\cdots\cdots ④$$

  である。$\cos\theta \geqq 0$ の場合と同様に考えると，④ も x，y の方程式で表すことができる。

以上のことから，図形 C は $\boxed{\text{キ}}$ であることがわかる。

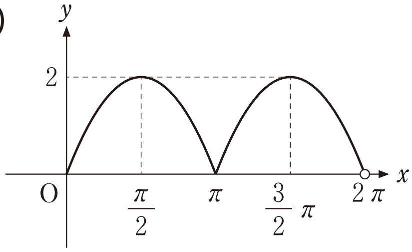
$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $y = 2\sin x$	① $y = 2\cos x$
② $y = 2\tan x$	③ $x^2 + y^2 = 1$
④ $x^2 + y^2 = 2$	⑤ $x^2 + y^2 = 4$
⑥ $(x-1)^2 + y^2 = 1$	⑦ $(x+1)^2 + y^2 = 1$
⑧ $x^2 + (y-1)^2 = 1$	⑨ $x^2 + (y+1)^2 = 1$

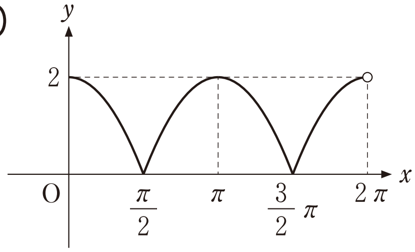
（数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

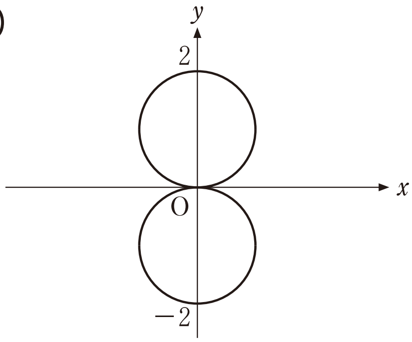
⓪



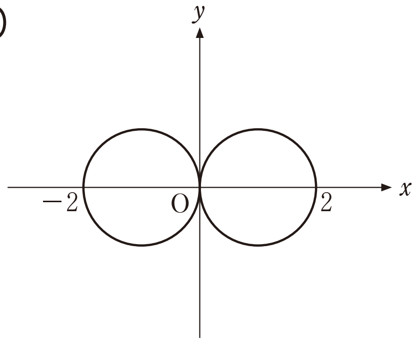
①



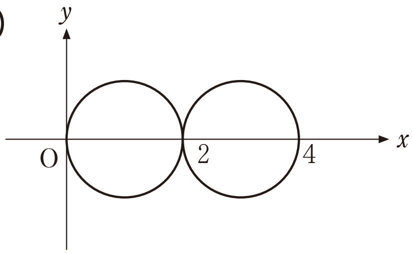
②



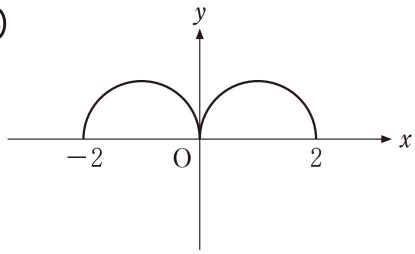
③



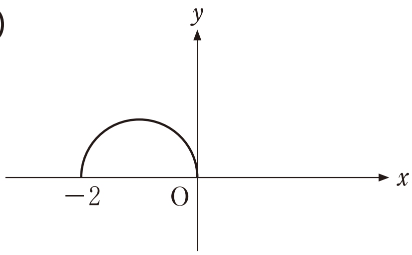
④



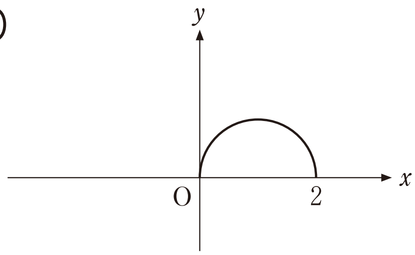
⑤



⑥



⑦



（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

(3) 極方程式

$$r = 1 + 2|\cos\theta| \quad \cdots\cdots ⑤$$

の表す座標平面上の図形を D とする。

(i) ⑤ を満たす r と θ の関係について考えよう。

r の最大値は $\boxed{\text{ク}}$ であり，このときの θ の値は $\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ の解答の順序は問わない。r の最小値は $\boxed{\text{サ}}$ であり，このときの θ の値は $\boxed{\text{シ}}$ と $\boxed{\text{ス}}$ である。ただし，$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ の解答の順序は問わない。

$\boxed{\text{サ}} < r < \boxed{\text{ク}}$ のとき，⑤ を満たす θ の値の個数は，r の値によらず，つねに $\boxed{\text{セ}}$ 個である。

(ii) (2) の図形 C をもとに図形 D を考えよう。

図形 C 上に点 P をとる。まず，P が原点でない場合に，原点 O を端点とする半直線 OP と図形 D の共有点を Q とすると，② と ⑤ から，線分 OQ の長さは線分 OP の長さに 1 を加えたものになる。次に，P が原点の場合は，② を満たす P の極座標は $\left(0,\ \boxed{\text{ソ}}\right)$ と $\left(0,\ \boxed{\text{タ}}\right)$ である。ただし，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ の解答の順序は問わない。$\theta = \boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ のとき，⑤ を満たすのは $r = \boxed{\text{チ}}$ のときである。

以上のことから，図形 D は $\boxed{\text{ツ}}$ であることがわかる。

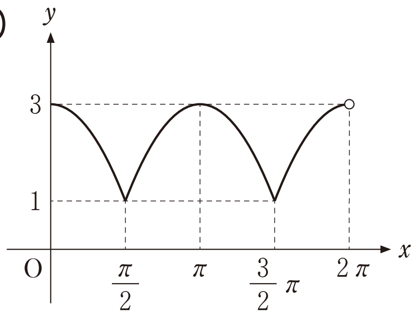
$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① $\dfrac{\pi}{4}$	② $\dfrac{\pi}{2}$	③ π	④ $\dfrac{5}{4}\pi$	⑤ $\dfrac{3}{2}\pi$

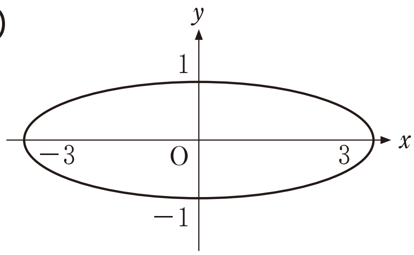
（数学Ⅱ，数学B，数学C第７問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{ツ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

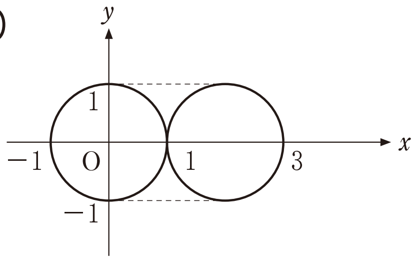
⓪



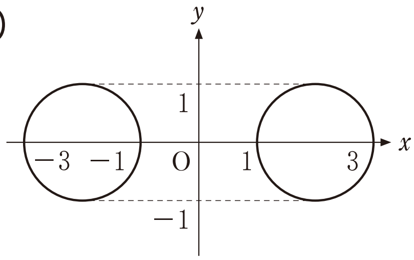
①



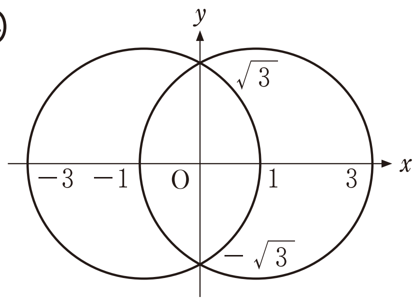
②



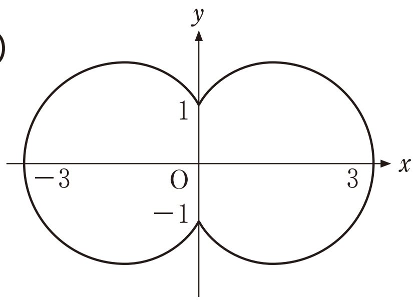
③



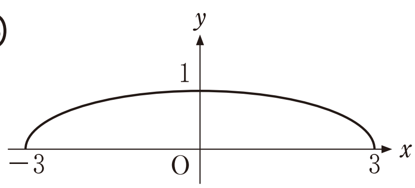
④



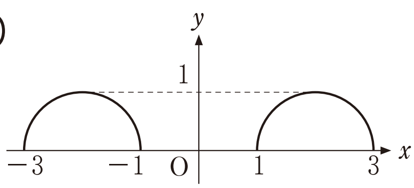
⑤



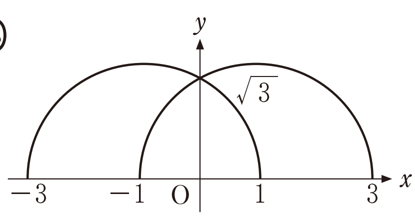
⑥



⑦



⑧



⑨