

第2問 (配点 30)

〔1〕 花子さんと太郎さんは、コンピュータを使って、関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを表示させている。

- (1) 花子さんが a, b, c の値を $a = 2, b = -7, c = 7$ と定めると、グラフとして放物線が表示された。この放物線の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \right)$$

である。

- (2) 花子さんと太郎さんは、 $a = 2, b = -7, c = 7$ と定めたとき、関数 $y = 2x^2 - 7x + 7$ のグラフが、点 $P(1, 2)$ と点 $Q(3, 4)$ を通ることに気づいて、コンピュータの画面を見ながら、次のように話している。

花子：このグラフは2点 $P(1, 2)$, $Q(3, 4)$ を通っているね。

太郎： a の値を変えるとグラフはどうなるのかな。

花子： a の値だけを変えたら、 P , Q を通らなくなったよ。 P , Q を通るようにするには、 a の値に応じて b と c の値をどう変えたらよいのかな。

0 でない実数 a に対して

$$b = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}} a$$

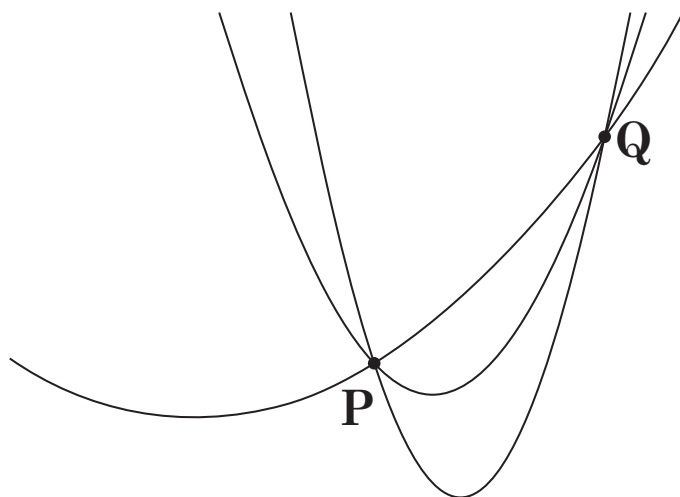
$$c = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} a$$

とすれば、関数

$$y = ax^2 + \left(\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}} a \right) x + \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} a \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフは2点 P と Q を通る。

- (3) 太郎さんと花子さんは、 a の値を 0 より大きい範囲で変えながら、前ページの関数 ① のグラフを表示させて、頂点の y 座標について考えている。



参考図

太郎： a の値を 0 より大きい範囲で変えながら，関数
① のグラフの頂点を考えてみようよ。

花子：グラフの頂点の y 座標が最大になるような関数
はどのようなものなのかな。

太郎：グラフの頂点の座標を a の式で表して考えるの
は，私たちには難しそうだね。別のやり方はない
かな。

花子：グラフを表示してみたら，2 点 $P(1, 2)$ ，
 $Q(3, 4)$ とグラフの頂点との関係がわかるね。

太郎：どの a に対しても，関数 ① のグラフは必ず P と
 Q を通るね。

花子：しかも a が正の実数だから，関数 ① のグラフは
下に凸で，頂点はグラフの一番下になるね。

太郎：そう考えると，頂点の y 座標が最大になるよう
なグラフが予想できるね。

グラフの頂点の y 座標の最大値は

ケ

 であり，頂
点の y 座標が最大になる a の値は

コ
サ

 である。

(4) 次に、花子さんと太郎さんは、 a の値を 0 より小さい範囲で変えながら、27 ページの関数 ① のグラフを表示させている。このとき、次の (A), (B), (C) のうちで、起こり得るものは シ。

- (A) 関数のグラフが点 $(0, 3)$ を通る。
- (B) 関数のグラフと x 軸の負の部分が交わる。
- (C) 関数のグラフの頂点の x 座標が 2 以下である。

シ の解答群

- ① ない
- ② (A) だけである
- ③ (B) だけである
- ④ (C) だけである
- ⑤ (A) と (B) だけである
- ⑥ (A) と (C) だけである
- ⑦ (B) と (C) だけである
- ⑧ (A) と (B) と (C) のすべてである

(下 書 き 用 紙)

数学Ⅰ，数学Ⅱの試験問題は次に続く。

〔2〕 太郎さんと花子さんは、令和4年度の全国体力・運動能力、運動習慣等調査(47都道府県ごと)の結果を用いて、小学校第5学年の男子児童と中学校第2学年の男子生徒について、「運動(体を動かす遊びを含む)やスポーツをすることは好きですか」という質問に対して、好きと回答した児童・生徒の割合」(以降、スポーツ好き)と「反復横とびの点数の平均値」(以降、反復横とび)の関係を調べることにした。

なお、以降の図については、スポーツ庁のWebページをもとに作成している。

- (1) 太郎さんは、スポーツ好きと反復横とびについて、小学校第5学年と中学校第2学年を合わせて図1のような散布図を作成した。

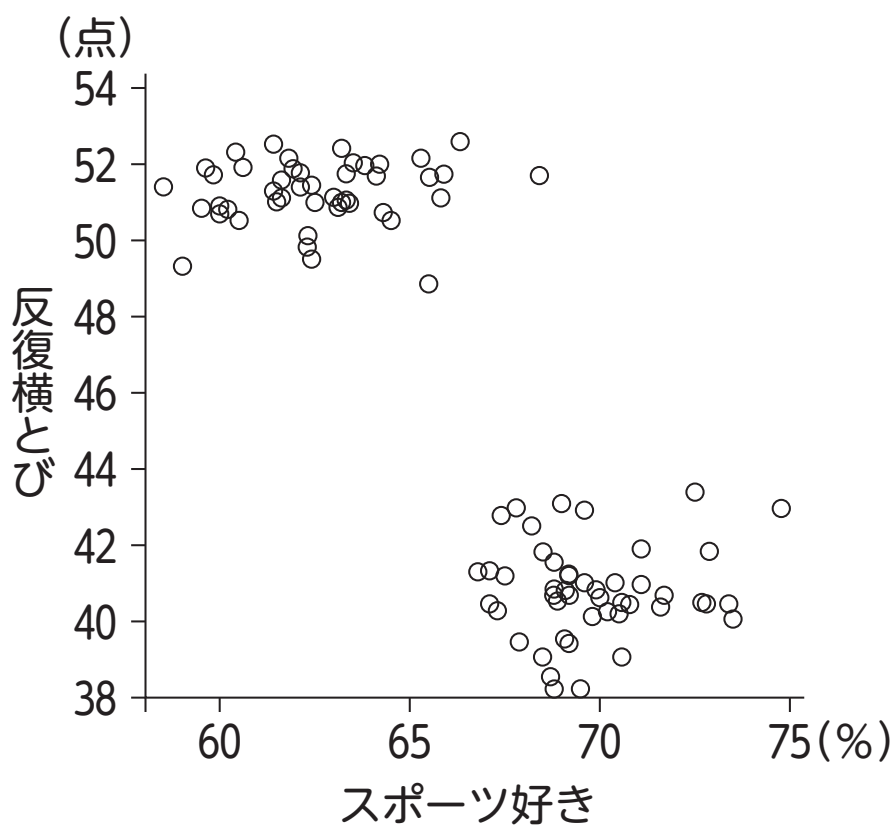


図1 スポーツ好きと反復横とびの散布図

太郎さんと花子さんは、前ページの図 1 について話している。

太郎：図 1 の点全体の散らばりの様子を見ると負の相関があるように思えるけど、一つの集団に見えないね。

花子：仮に、全体のデータで相関係数を計算したらどうなるかな。

図 1 におけるスポーツ好きと反復横とびの相関係数は -0.85 であった。図 1 の点全体の散らばりの様子から、小学校第 5 学年と中学校第 2 学年を合わせた全体について、スポーツ好きと反復横とびの間に負の相関があるとしたとき、次のことがいえる。

小学校第5学年と中学校第2学年を合わせた全体について、スポーツ好きが増えると、反復横とびは ス。

ス については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 増える傾向がみられる
- ② 減る傾向がみられる
- ③ 増える傾向も減る傾向もみられない

- (2) 太郎さんと花子さんは、33 ページの(1)を振り返りながら話している。

太郎：図 1 では二つの集団に見えるから、小学校第 5 学年と中学校第 2 学年は別々にして考えた方がいいよね。(図 1 は 33 ページ)

花子：それぞれの散布図を作成して、相関係数も調べてみよう。

38 ページの図 2 は小学校第 5 学年について、38 ページの図 3 は中学校第 2 学年について、スポーツ好きと反復横とびの散布図を作成したものである。

(下 書 き 用 紙)

数学Ⅰ，数学Ⅱの試験問題は次に続く。

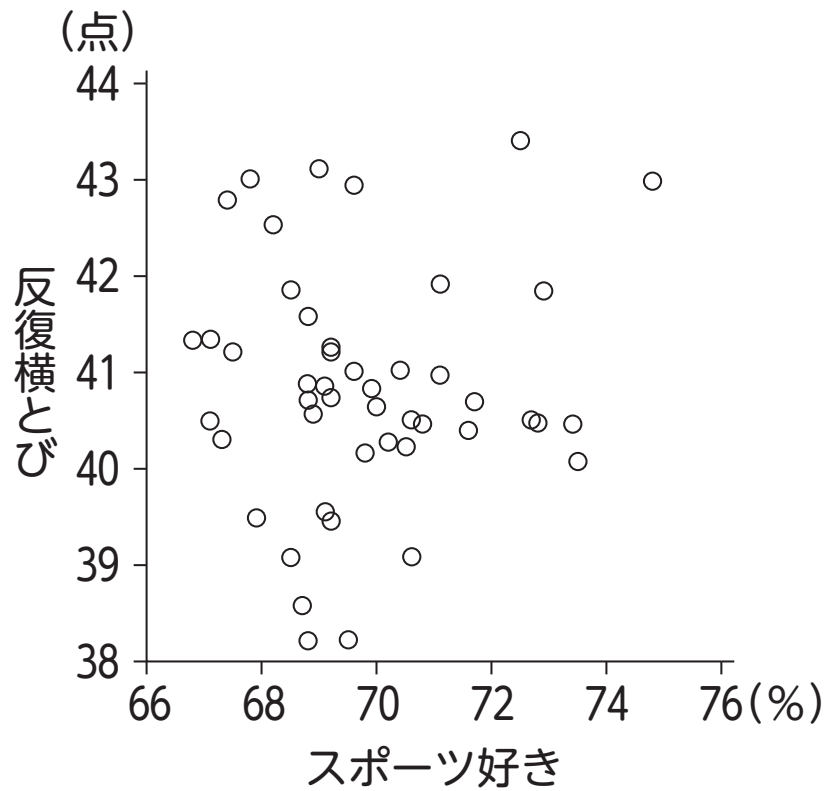


図 2 スポーツ好きと反復横とびの散布図(小学校第 5 学年)

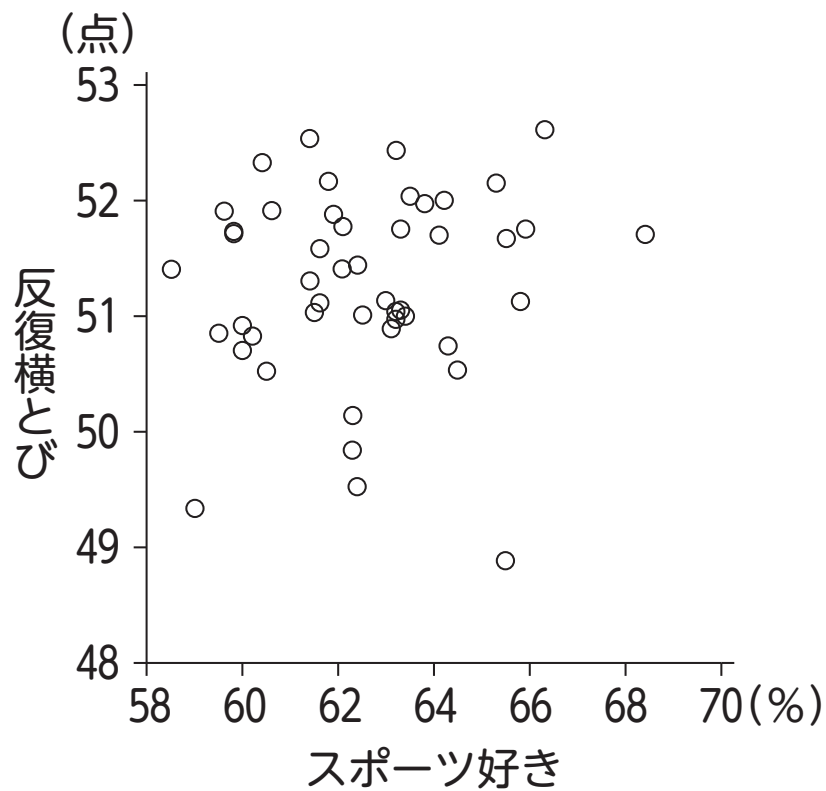


図 3 スポーツ好きと反復横とびの散布図(中学校第 2 学年)

図 2 におけるスポーツ好きと反復横とびの相関係数は 0.07 であった。図 3 におけるスポーツ好きと反復横とびの相関係数はおよそ セ である。

セ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① -0.9
- ② -0.7
- ③ 0.1
- ④ 0.7
- ⑤ 0.9

- (3) 太郎さんと花子さんは、散布図においていくつかの集団があるときの全体の相関係数について関心をもち、簡単な例で考えることにした。

変量 x , y の値の組

$(-1, 1), (1, -1)$

を考える。このとき、相関係数は -1 となる。

この二つの値の組に、 $(-2, 0), (0, -2)$ と $(0, 2), (2, 0)$ を加えた、合計六つの値の組を、データ W と呼ぶことにする。また、データ W の x, y の平均値をそれぞれ $\bar{x}, \bar{y}$ 、分散をそれぞれ s_x^2, s_y^2 、共分散を s_{xy} とする。

データ W の x と y の相関係数を r_{xy} とし、この r_{xy} について考えよう。なお、必要に応じて、次に示す表 1 の計算表を用いて考えてもよい。

表 1 計算表

x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
- 1	1			
1	- 1			
- 2	0			
0	- 2			
0	2			
2	0			

(i) $\bar{x} = \boxed{\text{ソ}}$, $s_x^2 = \boxed{\text{タ}}$, $s_{xy} = \boxed{\text{チ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ $\frac{1}{2}$
- ⑥ $\frac{4}{3}$
- ⑦ $\frac{3}{2}$
- ⑧ $\frac{5}{3}$
- ⑨ $\frac{11}{6}$
- ⑩ $\frac{5}{2}$

タ

の解答群

⑦ $\frac{7}{6}$

⑧ 1

⑨ 2

⑩ 3

⑪ $\frac{4}{3}$

⑫ 5

⑬ $\frac{3}{2}$

⑭ $\frac{5}{3}$

⑮ $\frac{11}{6}$

⑯ 10

チ

の解答群

① 0

② 1

③ $-\frac{3}{2}$

④ -1

⑤ $-\frac{1}{2}$

⑥ $-\frac{1}{3}$

⑦ $\frac{1}{3}$

⑧ $\frac{1}{2}$

⑨ $\frac{3}{2}$

(ii) $s_x^2 = s_y^2$ であることに着目すると, $r_{xy} = \boxed{\text{ツ}}$ となる
ことがわかる。

ツ の解答群

① 0

② $-\frac{2}{3}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{1}{6}$

⑥ $\frac{1}{6}$

⑦ $\frac{1}{5}$

⑧ $\frac{1}{2}$

⑨ $\frac{2}{3}$

(4) a を正の数とする。変数 x, y の二つの値の組
 $(-1, 1), (1, -1)$ に

$$\begin{aligned} &(-1-a, 1-a), (1-a, -1-a), \\ &(-1+a, 1+a), (1+a, -1+a) \end{aligned}$$

を加えた、合計六つの値の組を、データ W' と呼ぶことに
する。

相関係数が正であるための必要十分条件は、共分散が正
であることである。したがって、データ W' の x と y の相
関係数が正であるための必要十分条件は

$$a > \frac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。