

第2 教育研究団体の意見・評価

○ 公益社団法人 日本数学教育学会

(代表者 清水 美憲 会員数 約2,500人)

TEL 03-5988-9872

数 学 II

1 前 文

「令和5年度大学入学者選抜に係る大学入学共通テスト問題作成方針」では、問題作成のねらい、範囲・内容、問題の分量・程度、問題作成における配慮事項が示されているとともに、数学に関しては「数学的な問題解決の過程を重視する」ことが明記されている。以下では、これらの点とともに、数学的に考える資質・能力の育成や、主体的・対話的で深い学びの実現など、日常の授業改善に資する視点も考慮して、本年度に実施された共通テストの総合的な検証と評価を具体的に示していく。

2 試験問題の程度・設問数・配点・形式等

第1問 (配点30点／「数学Ⅱ・数学B」第1問と共通、同レイアウト)

第2問 (配点30点／「数学Ⅱ・数学B」第2問と共通、同レイアウト)

第3問 (配点20点)

座標平面上の定点と円周上を動く点との内分点の軌跡について考察する問題である。(1)では、円の方程式や内分点に関する基本的な知識・技能、与えられた条件を満たす点の軌跡を一定の手順に従って数学的に処理する力を評価している。(ii)の冒頭で「点Qの軌跡を求めよう」という目的を明示しているため、見通しをもって解決することができるよう工夫されている。また、(ii)で軌跡を求めて終わるのではなく、(iii)でその結果を振り返って、図形的な性質を見出す力を評価する工夫がなされている。(2)では、内分点の軌跡について(1)の解決過程を振り返り、一般化する力を評価している。(3)では、(2)で得られた結果を活用し、2つの定点と円周上を動く点を頂点とする三角形の重心の軌跡を求める問題を、1つの定点と円周上を動く点との内分点の軌跡の問題に帰着させ、「問題1, 2」と「問題3」を統合させることができるかを評価している。第3問では、「問題1」, 「問題2」, 「問題3」を提示することによって、具体的な事象を一般化し、統合的・発展的に考察する過程が明確に示されており、高等学校数学科授業における数学的に考える資質・能力の育成を目指す教材としての範例となっている。一方で、(2)や(3)では、事象の構造を捉えて解決する方法と、(1)(i)のように座標を用いて一定の手順に従って式を処理することによって解決する方法とがあり、どちらの方法を選択するかによって問うている資質・能力が異なってくる。問いたい資質・能力を明確にした上で、それが的確に評価できる問い方について、引き続き検討いただきたい。

第4問 (配点20点)

2つの三次方程式の共通解について考察する問題である。(1)では、二次方程式の判別式を用いて $S(x)=0$ が実数解と虚数解になるそれぞれの場合について考察することを通して、二次方程式の実数解、虚数解に関する基本的な知識・技能を評価している。(2)では、二次方程式の判別式を基に、解が実数解と虚数解のいずれになるかを判断する力を評価している。(1)も(2)も二次

方程式の判別式を用いる問題であるが、 $S(x)$ と $T(x)$ の数値設定によって多様な資質・能力を評価する工夫がなされている。(3)では、2つの三次方程式 $S(x)=0$ と $T(x)=0$ が共通解をもつ場合について、(1)で求めた p の値と $S(x)=0$ の解との関係及び(2)で求めた $T(x)=0$ の解をそれぞれ整理し、得られた結果を体系化する力を評価している。

3 総評・まとめ

「数学Ⅱ」受験者は「数学Ⅱ・数学B」受験者を合わせた全体の約1.51% (4,845人/321,573人)であり、平均点は37.65点である。第1問と第2問は「数学Ⅱ・数学B」との共通問題であり、印刷レイアウトも同様であるため、選択科目間での難易差が生じないよう公正に評価できる配慮がなされている。マークシートの出題形式の制約や出題範囲の制限がある中でも、事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて事象を数学化する力や、解決過程を振り返って統合的・発展的に考察する力、日常生活や社会の事象を数理的に捉え数学的に処理し問題を解決する力等、多様な資質・能力を評価する設問が適切に出題されている。高校生の数学的に考える資質・能力の向上に資する出題もなれており、問題作成関係者へ敬意を表したい。

今後も、数学の学習が試験対策のための傾向・対策の惰性に陥ることのないように、偏りなく様々な内容を出題するとともに、数学の本質的な理解が深まるよう、典型的であっても正答率が向上しにくい学習内容から出題を続けていただきたい。本年度の「数学Ⅱ」では、日常の事象についてその特徴を捉えて数学的に表現する力や、数学的に処理して得られた結果を元の事象に戻して意味付けする力を評価する設問が出題されていた。また、教科書の典型的な例題等を題材として、統合的・発展的に考察する問題も散見された。このような問題は、「令和5年度大学入学者選抜に係る大学入学共通テスト問題作成方針」に照らして適切であるとともに、高等学校における「主体的・対話的で深い学び」に向けた授業改善への強いメッセージとなるため、今後も引き続き出題することを要望する。同様の趣旨から、「数学的な問題解決の過程」を重視し、問題解決に向けて構想・見通しを立てる設問や、数学的知識の深い理解を評価する設問を引き続き出題することを要望する。その際、受験者が見通しをもって問題を解決したり、多様な資質・能力を評価することができるよう、各問題等の冒頭に問題解決の目的を明示する形式についても継続していただきたい。一方で、多様な方法で解決することができる問題等の場合、意図した資質・能力を評価することができる設問や選択肢となっているかという点について、引き続き慎重に検討することを要望する。

また、見開きページでの印刷レイアウトによる余白と下書き用紙の確保、マーク箇所の煩雑さの回避、導入や展開・振り返りでの誘導の工夫により、数学的思考の過程を十分に評価する時間が捻出できるよう引き続き要望する。加えて、受験者が本質的でない箇所ではつまづかないよう、設問の組み立てや流れ等に関して留意されることを期待する。

数学Ⅱ・数学B

1 前 文

「令和5年度大学入学者選抜に係る大学入学共通テスト問題作成方針」では、問題作成のねらい、範囲・内容、問題の分量・程度、問題作成における配慮事項が示されているとともに、数学に関しては「数学的な問題解決の過程を重視する」ことが明記されている。以下では、これらの点とともに、数学的に考える資質・能力の育成や、主体的・対話的で深い学びの実現など、日常の授業改善に資する視点も考慮して、本年度に実施された共通テストの総合的な検証と評価を具体的に示していく。

2 試験問題の程度・設問数・配点・形式等

第1問 (配点30点／〔1〕18点,〔2〕12点)

〔1〕 $\sin ax$ と $\sin bx$ の値の大小を比較する問題である。(1)では、 $\sin x$ と $\sin 2x$ の値について x に具体的な値を代入して大小関係を判断させており、正弦関数の値に関する基本的な知識・技能を評価している。(2)では、 $\sin 2x > \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)を満たす x の値の範囲について、(3)ではさらに条件を変えて $\sin 4x > \sin 3x$ ($0 \leq x \leq \pi$)を満たす x の値の範囲について、一定の手順に従って数学的に処理する力を評価している。(4)では、 $\sin 3x > \sin 4x > \sin 2x$ という x の係数の数値と大小関係を設定することによって、 $0 \leq x \leq \pi$ のもとで、 $\sin 4x > \sin 3x$ の解を(3)の不等式の解の補集合とみて、 $\sin 4x > \sin 2x$ の解を(2)における x を $2x$ とみて、それぞれ処理することができるかを評価する工夫がなされている。ただし、このような見方をせず、再度不等式 $\sin 3x > \sin 4x$ と $\sin 4x > \sin 2x$ をそれぞれ解くという方法で解決した受験者も少なくなかったようである。問いたい資質・能力を明確にした上で、それが的確に評価できる問い方について、引き続き検討いただきたい。第1問〔1〕では、 x の係数や不等号の向きを変えるなどして、統一的・発展的に考察する過程が明確に示されているとともに、(2)(3)の冒頭に「 $\sin x$ と $\sin 2x$ の値の大小関係を詳しく調べよう。」などの目的を明示しているため、見通しをもって解決することができるように工夫されている。

〔2〕対数の値が有理数か無理数かの考察を通して、命題をつくる問題である。(1)では、対数の定義についての知識を評価している。(2)の冒頭では、「様々な対数の値が有理数か無理数かについて考えよう」という目的を明示しているため、見通しをもって解決することができるように工夫されている。(iii)では、(ii)の証明を読み、その本質的な構造を抽出することによって $\log_a b$ が無理数になる十分条件を判断することができるかを評価している。ただし、深く考えずに a が2、 b が3の場合と照らして⑤を選択しても正答に辿り着いてしまう。具体から一般化していく際の問い方や選択肢について、引き続き検討いただきたい。第1問〔2〕では、証明を読むことによって、より一般化した命題を生成するという設問が真新しく、事象の構造を捉えることができるかを評価する工夫がなされている。

第2問 (配点30点／〔1〕15点,〔2〕15点)

〔1〕(1)の関数 $f(x)$ を1つの数学的なモデルとして、(2)の事象にそのモデルを活用するという問題である。 V と $f(x)$ の式の関係に気付かせ、(1)で調べた $f(x)$ の特徴を(2)で活用することができるように工夫がなされている。一方で、 V を x で微分して最大値を求めた受験者も少なくなかったようである。問いたい資質・能力を明確にした上で、それが的確に評価できる問い方について、引き続き検討いただきたい。また、(2)では円柱の体積について x を用いた式に表現さ

せており，事象の特徴を捉えて数学的に表現する力を評価する工夫がなされている。

〔2〕ソメイヨシノの開花日時を定積分を用いて予想するという問題である。日常の事象について，その特徴を捉えて数学的に表現し，一定の手順に従って数学的に処理し，得られた結果を元の事象に戻して意味付けするという一連の過程を遂行する力を評価する設問となっている。(1)の定積分と不定積分を求める設問は，(2)(ii)で問うことも考えられるが，(1)で問うことによって，開花予想という文脈の理解に依存しない形で一定の手順に従って数学的に処理することができるかどうかを評価する工夫がなされている。(2)では，気温の累積によって桜の開花を予想するという実際に存在する方法を題材としており，日常の問題解決に対する数学の有用性を実感させることのできる設問である。桜の特性や気温を累積するなどの様々な背景がある題材ではあるが，試験時間や出題範囲等を考慮して，関数 $f(x)$ の設定や「設定」の内容などの工夫がなされている。(i)では，「設定」に基づいて開花する条件を定積分を用いて表現することができるか，その定積分の値を一定の手順に従って求めることができるか，求めた値を元の事象に戻して意味付けすることができるかという，日常の事象を数学を用いて解決する一連の資質・能力を評価している。また，日常事象の問題の中にも，(2)(ii)の「ハ」のように， $f(x)$ が増加するという特徴から区間の幅が等しい定積分の値の大小関係を比較するという定性的な問題を設ける工夫がなされている。桜の開花予想を題材とした教材は，中学校数学科においてよく用いられているが，高等学校数学科の内容を用いた教材として非常に示唆的である。

第3問 (配点20点)

ピーマンを袋詰めする際に，重さができるだけ均等になるようにする方法について，区間推定を用いて考察する問題である。(1)では，確率変数が正規分布に従うとき標準化して母平均を区間推定することができるか，(2)では，確率変数が二項分布に従うとき標準正規分布で近似して母平均を区間推定することができるかをそれぞれ評価している。教科書等では母平均に対する信頼度95%の信頼区間しか扱わないことが多いが，(1)では母平均に対する信頼度90%の信頼区間を問うており，信頼区間に関する理解を評価する工夫がなされている。ピーマンを袋詰めするという日常の事象について，事象の特徴を数理的に捉え，一定の手順に従って数学的に処理し，得られた結果を元の事象に戻して意味付けするという一連の過程が実現されている。

第4問 (配点20点)

第2問と同様に，日常の事象を数理的に捉え，数学的に処理して解決する問題である。冒頭に参考図があることによって，問題状況の把握が容易になり，思考時間の確保がなされている。(1)では，二つの方針を提示することによって，解決の見通しをもたせるとともに，事象の特徴を多面的に捉えることができるかを評価する工夫がなされている。「方針1」では漸化式に表現させ，「方針2」では各年初めに入金した p 万円が n 年目初めにそれぞれいくらかになるかを式で表現させており，事象の特徴を捉えて数学的に表現する力を評価している。(2)では「方針1」，「方針2」のどちらを用いて解決するかを自ら判断させ，10年目の終わりの預金額が30万円以上になるための p について，数学的な見方・考え方を働かせながら一定の手順に従って数学的に処理する力を評価している。一方で， a_n を求めるために，「方針1」では漸化式を解く必要があるが，「方針2」では等比数列の和まで求めさせているため a_n を求められていることと同じである。複数の方針を示す際に，問いたい資質・能力を明確にした上で，それが的確に評価できる問い方について，引き続き検討いただきたい。(3)は，「方針2」を振り返らせることによって，1年目の入金を始める前の預金額が10万円より q 万円多い場合， n 年目には a_n 万円より $q \times 1.01^{n-1}$ 万円多いという構造を捉えることができるかを評価している。第4問では，事象の特徴

を捉えて数学的に表現し、一定の手順に従って処理し、得られた結果を元の事象に戻して意味付けする一連の過程を実現しているだけでなく、さらに条件を変えることによって、事象の構造を捉えさせる工夫がなされている。

第5問 (配点20点)

問題の条件を基に随時自ら図をかき、条件と三角錐の関係について考察する問題である。(1)、(2)では、ベクトルの内分点や内積に関する基本的な知識・技能、一定の手順に従って数学的に処理する力を評価している。(3)(ii)では、 B' と C' を設定することによって、(i)で導いた $|\overline{AB}| \cos \theta + |\overline{AC}| \cos \theta = |\overline{AP}|$ という式が、 $|\overline{AB}|$ と $|\overline{AC}|$ の正射影の和が $|\overline{AP}|$ に等しいということを表していると解釈することができるかを評価する工夫がなされている。一方で、(3)の冒頭では、 $\overline{AQ} = 2\overline{AM}$ で定まる点Qについて、 $\overline{PA} \perp \overline{PQ}$ となる三角錐PABCはどのようなものかを考えるという目的を明示しているのに対し、(ii)では $|\overline{AB}| \cos \theta + |\overline{AC}| \cos \theta = |\overline{AP}|$ の式を図形的に解釈するという目的が明示されていない。問題解決の目的の有無によって、問いたい資質・能力に違いが生じないか、引き続き吟味をしていただきたい。

3 総評・まとめ

「数学Ⅱ・数学B」受験者は「数学Ⅱ」受験者を合わせたほぼ全体(316,728人/321,573人)であり、平均点は61.48点である。第1問と第2問は「数学Ⅱ」との共通問題であり、印刷レイアウトも同様であるため、選択科目間での難易差が生じないよう公正に評価できる配慮がなされている。マークシートの出題形式の制約や出題範囲の制限がある中でも、事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて事象を数学化する力を問う設問や、解決過程を振り返って統合的・発展的に考察する力を問う設問、日常生活や社会の事象を数理的に捉え数学的に処理し問題を解決する設問が適切に出題されている。高校生の数学的に考える資質・能力の向上に資する出題もなされており、問題作成関係者へ敬意を表したい。

今後も、数学の学習が試験対策のための傾向・対策の惰性に陥ることのないように、偏りなく様々な内容を出題するとともに、数学の本質的な理解が深まるよう、典型的であっても正答率が向上しにくい学習内容から出題を続けていただきたい。本年度の「数学Ⅱ・数学B」では、統計の分野以外においても日常の事象についてその特徴を捉えて数学的に表現する力や、数学的に処理して得られた結果を元の事象に戻して意味付けする力を評価する設問が出題されていた。このような問題は、「令和5年度大学入学選抜に係る大学入学共通テスト問題作成方針」に照らして適切であるとともに、高等学校における「主体的・対話的で深い学び」の成果が反映されるため、今後も引き続き出題することを要望する。同様の趣旨から、「数学的な問題解決の過程」を重視し、問題解決に向けて構想・見通しを立てる設問や、数学の事象について統合的・発展的に考える設問、数学的知識の深い理解を評価する設問を引き続き出題することを要望する。その際、受験者が見通しをもって問題を解決したり、多様な資質・能力を評価することができるよう、各問題等の冒頭に問題解決の目的を明示する形式についても継続していただきたい。一方で、多様な方法で解決することができる問題等の場合、意図した資質・能力を評価することができる設問や選択肢となっているかという点について、引き続き慎重に検討することを要望する。

また、見開きページでの印刷レイアウトによる余白と下書き用紙の確保、マーク箇所への煩雑さの回避、導入や展開・振り返りでの誘導の工夫により、数学的思考の過程を十分に評価する時間が捻出できるよう引き続き要望する。加えて、受験者が本質的でない箇所ではつまづかないよう、設問の組み立てや流れ等に関して留意されることを期待する。