

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 c を実数とし、 x の方程式

$$|3x - 3c + 1| = (3 - \sqrt{3})x - 1 \quad \dots\dots\dots ①$$

を考える。

(1) $x \geq c - \frac{1}{3}$ のとき、①は

$$3x - 3c + 1 = (3 - \sqrt{3})x - 1 \quad \dots\dots\dots ②$$

となる。②を満たす x は

$$x = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}c - \frac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{3}}{3} \quad \dots\dots\dots ③$$

となる。③が $x \geq c - \frac{1}{3}$ を満たすような c の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

また、 $x < c - \frac{1}{3}$ のとき、①は

$$-3x + 3c - 1 = (3 - \sqrt{3})x - 1 \quad \dots\dots\dots ④$$

となる。④を満たす x は

$$x = \frac{\boxed{\text{エ}} + \sqrt{3}}{\boxed{\text{オカ}}}c \quad \dots\dots\dots ⑤$$

となる。⑤が $x < c - \frac{1}{3}$ を満たすような c の値の範囲は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

ウ, キ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $c \leq \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$	④ $c < \frac{3 - \sqrt{3}}{6}$	⑦ $c \geq \frac{5 + \sqrt{3}}{6}$
② $c > \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$	⑤ $c \geq \frac{3 - \sqrt{3}}{6}$	⑧ $c > \frac{5 + \sqrt{3}}{6}$
③ $c \leq \frac{5 - \sqrt{3}}{6}$	⑥ $c \geq \frac{7 - 3\sqrt{3}}{6}$	
④ $c < \frac{5 - \sqrt{3}}{6}$	⑨ $c > \frac{7 - 3\sqrt{3}}{6}$	

- (2) ①が異なる二つの解をもつための必要十分条件は ク であり、
 ただ一つの解をもつための必要十分条件は ケ である。さらに、
 ①が解をもたないための必要十分条件は コ である。

ク ~ コ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $c > \frac{3 - \sqrt{3}}{6}$	④ $c > \frac{5 + \sqrt{3}}{6}$	⑦ $c \geq \frac{7 - 3\sqrt{3}}{6}$
② $c = \frac{3 - \sqrt{3}}{6}$	⑤ $c = \frac{5 + \sqrt{3}}{6}$	⑧ $c = \frac{7 - 3\sqrt{3}}{6}$
③ $c \leq \frac{3 - \sqrt{3}}{6}$	⑥ $c < \frac{5 + \sqrt{3}}{6}$	⑨ $c < \frac{7 - 3\sqrt{3}}{6}$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて 33 ページの三角比の表を用いてもよい。

火災時に、ビルの高層階に取り残された人を救出する際、はしご車を使用することがある。

図 1 のはしご車で考える。はしごの先端を A、はしごの支点を B とする。はしごの角度(はしごと水平面のなす角の大きさ)は 75° まで大きくすることができ、はしごの長さ AB は 35 m まで伸ばすことができる。また、はしごの支点 B は地面から 2 m の高さにあるとする。

以下、はしごの長さ AB は 35 m に固定して考える。また、はしごは太さを無視して線分とみなし、はしご車は水平な地面上にあるものとする。

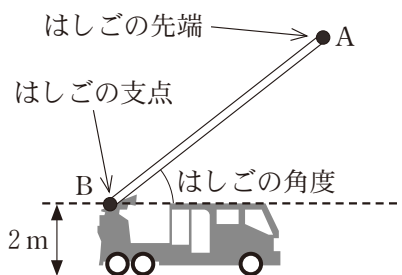


図 1

(1) はしごの先端 A の最高到達点の高さは、地面から サシ m である。

小数第 1 位を四捨五入して答えよ。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (2) 図1のはしごは、図2のように、点Cで、ACが鉛直方向になるまで下向きに屈折させることができる。ACの長さは10 mである。

図3のように、あるビルにおいて、地面から26 mの高さにある位置を点Pとする。障害物のフェンスや木があるため、はしご車をBQの長さが18 mとなる場所にとめる。ここで、点Qは、点Pの真下で、点Bと同じ高さにある位置である。

このとき、はしごの先端Aが点Pに届くかどうかは、障害物の高さや、はしご車と障害物の距離によって決まる。そこで、このことについて、後の(i)、(ii)のように考える。

ただし、はしご車、障害物、ビルは同じ水平な地面上にあり、点A、B、C、P、Qはすべて同一平面上にあるものとする。

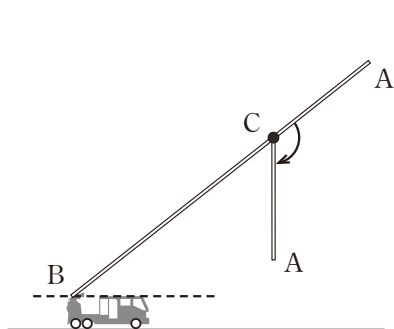


図 2

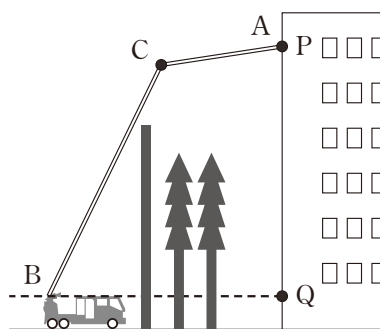


図 3

- (i) はしごを点Cで屈折させ、はしごの先端Aが点Pに一致したとすると、 $\angle QBC$ の大きさはおよそ ° になる。

については、最も適当なものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。

① 53	② 56	③ 59	④ 63
⑤ 67	⑥ 71	⑦ 75	

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (ii) はしご車に最も近い障害物はフェンスで、フェンスの高さは7 m 以上あり、障害物の中で最も高いものとする。フェンスは地面に垂直で2点 B, Q の間にあり、フェンスと BQ との交点から点 B までの距離は6 m である。また、フェンスの厚みは考えないとする。

このとき、次の①～⑥のフェンスの高さのうち、図3のように、はしごがフェンスに当たらずに、はしごの先端 A を点 P に一致させることができる最大のものは、である。

の解答群

①	7 m	②	10 m	③	13 m	④	16 m
⑤	19 m	⑥	22 m	⑦	25 m		

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

三角比の表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔3〕 三角形は、与えられた辺の長さや角の大きさの条件によって、ただ一通りに決まる場合や二通りに決まる場合がある。

以下、 $\triangle ABC$ において $AB = 4$ とする。

(1) $AC = 6$ ， $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ とする。このとき、 $BC = \boxed{\text{ソ}}$ であり、 $\triangle ABC$ はただ一通りに決まる。

(2) $\sin \angle BAC = \frac{1}{3}$ とする。このとき、 BC の長さのとり得る値の範囲は、点 B と直線 AC との距離を考えることにより、 $BC \geq \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

$BC = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ または $BC = \boxed{\text{ツ}}$ のとき、 $\triangle ABC$ はただ一通りに決まる。

また、 $\angle ABC = 90^\circ$ のとき、 $BC = \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

したがって、 $\triangle ABC$ の形状について、次のことが成り立つ。

- $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} < BC < \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ のとき、 $\triangle ABC$ は $\boxed{\text{ト}}$ 。
- $BC = \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ のとき、 $\triangle ABC$ は $\boxed{\text{ナ}}$ 。
- $BC > \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ かつ $BC \neq \boxed{\text{ツ}}$ のとき、 $\triangle ABC$ は $\boxed{\text{ニ}}$ 。

$\boxed{\text{ト}}$ ~ $\boxed{\text{ニ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① ただ一通りに決まり、それは鋭角三角形である
- ② ただ一通りに決まり、それは直角三角形である
- ③ ただ一通りに決まり、それは鈍角三角形である
- ④ 二通りに決まり、それらはともに鋭角三角形である
- ⑤ 二通りに決まり、それらは鋭角三角形と直角三角形である
- ⑥ 二通りに決まり、それらは鋭角三角形と鈍角三角形である
- ⑦ 二通りに決まり、それらはともに直角三角形である
- ⑧ 二通りに決まり、それらはともに鈍角三角形である

数学 I ・ 数学 A

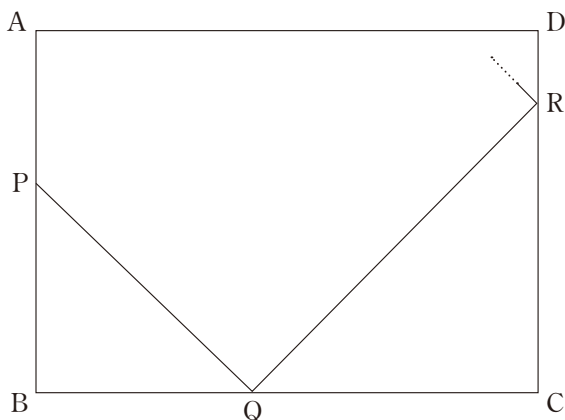
第 2 問 (必答問題) (配点 30)

[1] a を $5 < a < 10$ を満たす実数とする。長方形 ABCD を考え、
 $AB = CD = 5$, $BC = DA = a$ とする。

次のようにして、長方形 ABCD の辺上に 4 点 P, Q, R, S をとり、内部に点 T をとることを考える。

辺 AB 上に点 B と異なる点 P をとり。辺 BC 上に点 Q を $\angle BPQ$ が 45° になるようにとり。Q を通り、直線 PQ と垂直に交わる直線を l とする。 l が頂点 C, D 以外の点で辺 CD と交わるとき、 l と辺 CD の交点を R とする。

点 R を通り l と垂直に交わる直線を m とする。 m と辺 AD との交点を S とする。点 S を通り m と垂直に交わる直線を n とする。 n と直線 PQ との交点を T とする。



参考図

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (1) $a = 6$ のとき, l が頂点 C, D 以外の点で辺 CD と交わるときの AP の値の範囲は $0 \leq AP < \boxed{\text{ア}}$ である。このとき, 四角形 QRST の面積の

最大値は $\frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

$a = 8$ のとき, 四角形 QRST の面積の最大値は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

- (2) $5 < a < 10$ とする。 l が頂点 C, D 以外の点で辺 CD と交わるときの AP の値の範囲は

$$0 \leq AP < \boxed{\text{キク}} - a \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

点 P が ① を満たす範囲を動くとする。四角形 QRST の面積の最大値が

$\frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ となるとき a の値の範囲は

$$5 < a \leq \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

a が $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} < a < 10$ を満たすとき, P が ① を満たす範囲を動いた

ときの四角形 QRST の面積の最大値は

$$\boxed{\text{シス}} a^2 + \boxed{\text{セン}} a - \boxed{\text{タチツ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 国土交通省では「全国道路・街路交通情勢調査」を行い，地域ごとのデータを公開している。以下では，2010年と2015年に67地域で調査された高速道路の交通量と速度を使用する。交通量としては，それぞれの地域において，ある1日にある区間を走行した自動車の台数（以下，交通量という。単位は台）を用いる。また，速度としては，それぞれの地域において，ある区間を走行した自動車の走行距離および走行時間から算出した値（以下，速度という。単位は km/h）を用いる。

（数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 40 ページに続く。）

数学 I ・ 数学 A

- (1) 表 1 は、2015 年の交通量と速度の平均値、標準偏差および共分散である。ただし、共分散は交通量の偏差と速度の偏差の積の平均値である。

表 1 2015 年の交通量と速度の平均値、標準偏差および共分散

	平均値	標準偏差	共分散
交通量	17300	10200	- 63600
速度	82.0	9.60	

この表より、(標準偏差) : (平均値) の比の値は、小数第 3 位を四捨五入すると、交通量については 0.59 であり、速度については である。また、交通量と速度の相関係数は である。

また、図 1 は、2015 年の交通量と速度の散布図である。なお、この散布図には、完全に重なっている点はない。

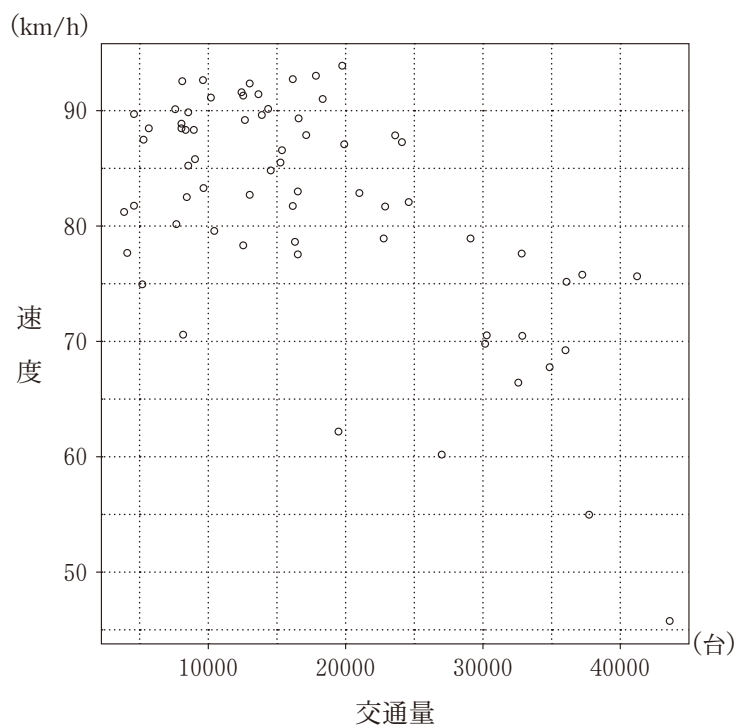


図 1 2015 年の交通量と速度の散布図

(出典：国土交通省の Web ページにより作成)

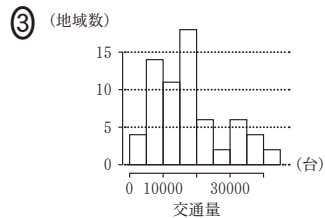
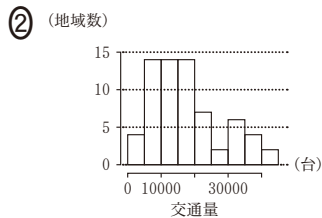
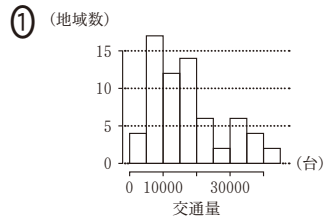
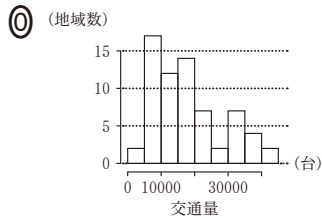
(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

2015 年の交通量のヒストグラムは、図 1 を参考にする、**ナ** である。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。また、表 1 および図 1 から読み取れることとして、後の ①～⑤のうち、正しいものは **ニ** と **ヌ** である。

テ， **ト** については、最も適当なものを、次の ①～⑨のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

①	- 0.71	②	- 0.65	③	- 0.59	④	- 0.12	⑤	- 0.03
⑥	0.03	⑦	0.12	⑧	0.59	⑨	0.65	⑩	0.71

ナ の解答群



ニ， **ヌ** の解答群 (解答の順序は問わない。)

- ① 交通量が 27500 以上のすべての地域の速度は 75 未満である。
- ② 交通量が 10000 未満のすべての地域の速度は 70 以上である。
- ③ 速度が平均値以上のすべての地域では、交通量が平均値以上である。
- ④ 速度が平均値未満のすべての地域では、交通量が平均値未満である。
- ⑤ 交通量が 27500 以上の地域は、ちょうど 7 地域存在する。
- ⑥ 速度が 72.5 未満の地域は、ちょうど 11 地域存在する。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 図 2 は、2010 年と 2015 年の速度の散布図である。ただし、原点を通り、傾きが 1 である直線(点線)を補助的に描いている。また、この散布図には、完全に重なっている点はない。

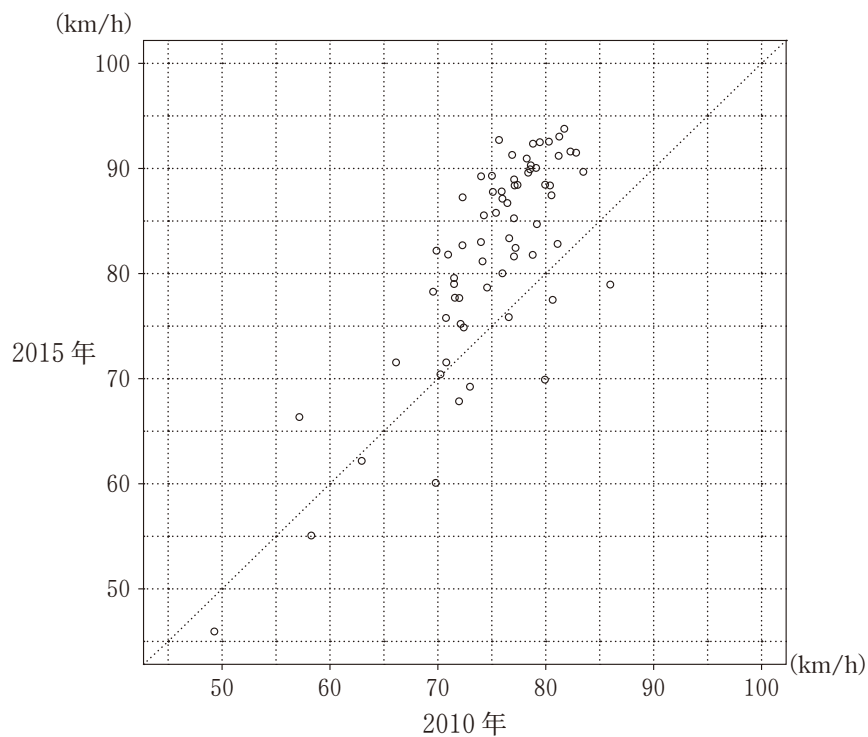


図 2 2010 年と 2015 年の速度の散布図

(出典：国土交通省の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

67 地域について、2010 年より 2015 年の速度が速くなった地域群を A 群、遅くなった地域群を B 群とする。A 群の地域数は ネノ である。

B 群において、2010 年より 2015 年の速度が、5 km/h 以上遅くなった地域数は ハ であり、10 % 以上遅くなった地域数は ヒ である。

A 群の 2015 年の速度については、第 1 四分位数は 81.2、中央値は 86.7、第 3 四分位数は 89.7 であった。次の (I)、(II)、(III) は A 群と B 群の 2015 年の速度に関する記述である。

- (I) A 群の速度の範囲は、B 群の速度の範囲より小さい。
- (II) A 群の速度の第 1 四分位数は、B 群の速度の第 3 四分位数より小さい。
- (III) A 群の速度の四分位範囲は、B 群の速度の四分位範囲より小さい。

(I)、(II)、(III) の正誤の組合せとして正しいものは フ である。

フ の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(I)	正	正	正	正	誤	誤	誤
(II)	正	正	誤	誤	正	正	誤
(III)	正	誤	正	誤	正	誤	正

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 図 3 は 2015 年の速度の箱ひげ図である。図 4 は図 1 を再掲したものであり、2015 年の交通量と速度の散布図である。これらの速度から 1 km あたりの走行時間(分)を考える。例えば、速度が 55 km/h の場合は、1 時間あたりの走行距離が 55 km なので、1 km あたりの走行時間は $\frac{1}{55} \times 60$ の小数第 3 位を四捨五入して 1.09 分となる。

このようにして 2015 年の速度を 1 km あたりの走行時間に変換したデータの箱ひげ図は であり、2015 年の交通量と 1 km あたりの走行時間の散布図は である。なお、解答群の散布図には、完全に重なっている点はない。

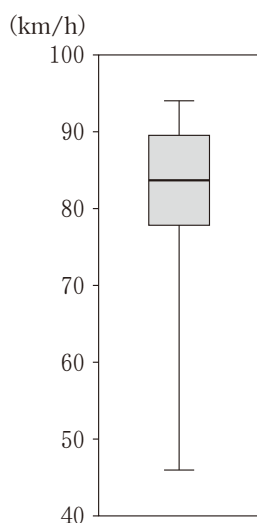


図 3 2015 年の速度の箱ひげ図

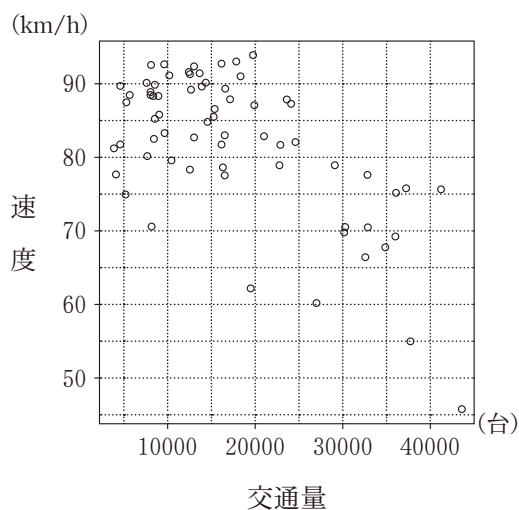
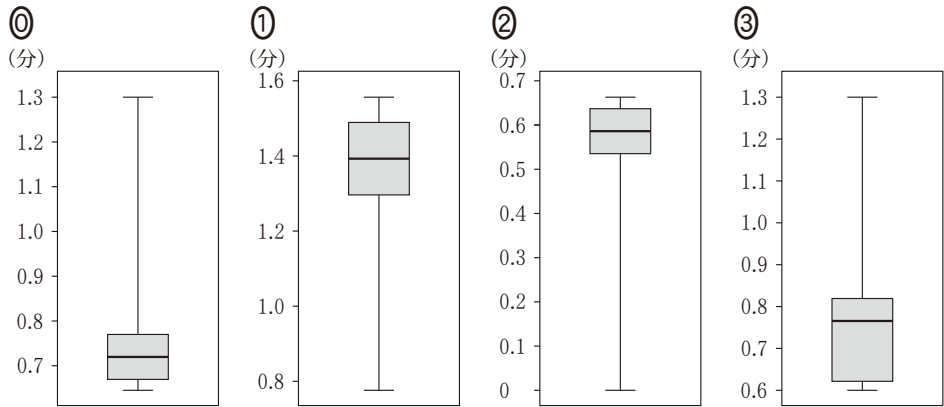


図 4 2015 年の交通量と速度の散布図

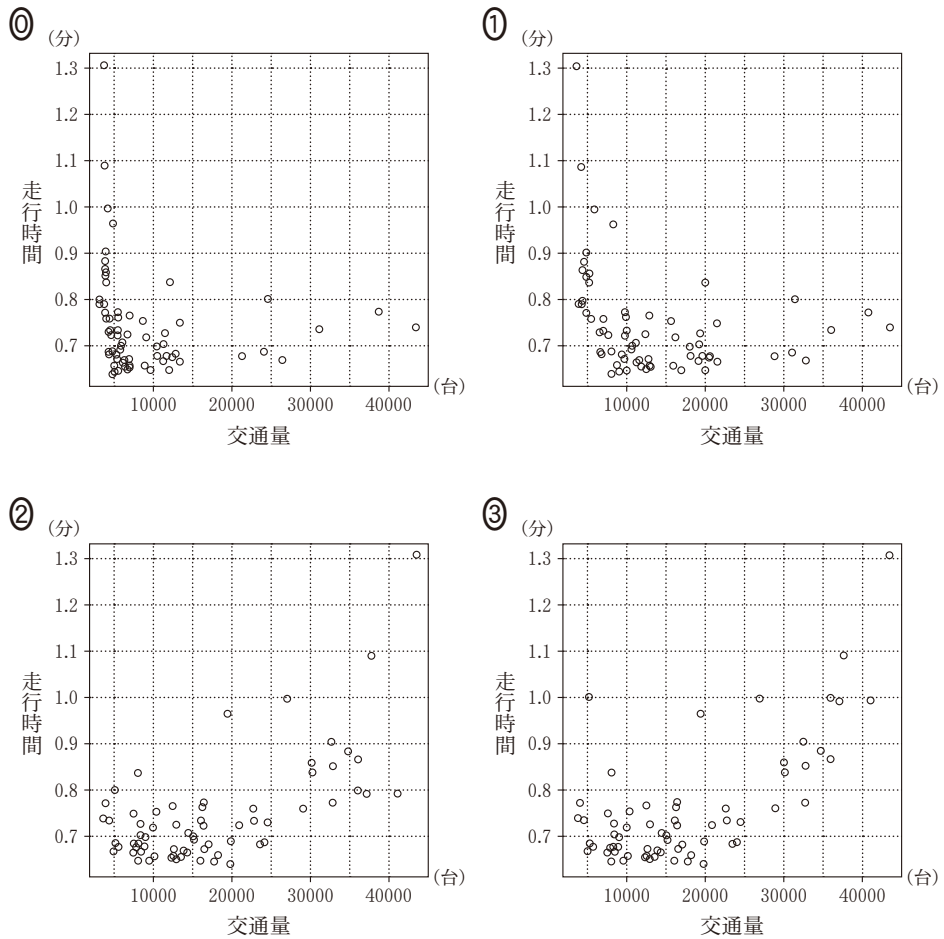
(出典：国土交通省の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

へ の解答群



ホ の解答群



第 3 問 (選択問題) (配点 20)

花子さんと太郎さんは、得点に応じた景品を一つもらえる、さいころを使った次のゲームを行う。ただし、得点なしの場合は景品をもらえない。

ゲームのルール

- 最初にさいころを 1 回投げる。
- さいころを 1 回投げた後に、続けて 2 回目を投げるかそれとも 1 回で終えて 2 回目を投げないかを、自分で決めることができる。
- 2 回目を投げた場合は、出た目の合計を 6 で割った余りを A とする。
2 回目を投げなかった場合は、1 回目に出た目を 6 で割った余りを A とする。
- A が決まった後に、さいころをもう 1 回投げ、出た目が A 未満の場合は A を得点とし、出た目が A 以上のときは得点なしとする。

(1) 1 回目に投げたさいころの目にかかわらず 2 回目を投げる場合を考える。

$A = 4$ となるのは出た目の合計が または の場合であるから、

$A = 4$ となる確率は $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。また、 $A \geq 4$ となる確率は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ で

ある。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) 花子さんは4点以上の景品が欲しいと思い、 $A \geq 4$ となる確率が最大となるような戦略を考えた。

例えば、さいころを1回投げたところ、出た目は5であったとする。この条件のもとでは、2回目を投げない場合は確実に $A \geq 4$ となるが、2回目を投

げると $A \geq 4$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。よって、この条件のもとでは2

回目を投げない方が $A \geq 4$ となる確率は大きくなる。

1回目に出た目が5以外の場合も、このように2回目を投げない場合と投げる場合を比較すると、花子さんの戦略は次のようになる。

花子さんの戦略

1回目に投げたさいころの目を6で割った余りが $\boxed{\text{コ}}$ のときのみ、2回目を投げる。

1回目に投げたさいころの目が5以外の場合も考えてみると、いずれの場合も2回目を投げたときに $A \geq 4$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。このことか

ら、花子さんの戦略のもとで $A \geq 4$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり、この確率

は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ より大きくなる。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

- | | | |
|-------|-------|-------|
| ① 2以下 | ② 3以下 | ③ 4以下 |
| ④ 2以上 | ⑤ 3以上 | ⑥ 4以上 |

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 太郎さんは、どの景品でもよいからもらいたいと思い、得点なしとなる確率が最小となるような戦略を考えた。

例えば、さいころを 1 回投げたところ、出た目は 3 であったとする。この条件のもとでは、2 回目を投げない場合、得点なしとなる確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であ

り、2 回目を投げる場合、得点なしとなる確率は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。よって、

1 回目に投げたさいころの目が 3 であったときは、 $\boxed{\text{テ}}$ 。

1 回目に投げたさいころの目が 3 以外の場合についても考えてみると、太郎さんの戦略は次のようになる。

太郎さんの戦略

1 回目に投げたさいころの目を 6 で割った余りが $\boxed{\text{ト}}$ のときのみ、2 回目を投げる。

この戦略のもとで太郎さんが得点なしとなる確率は $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ であり、この確率は、1 回目に投げたさいころの目にかかわらず 2 回目を投げる場合における得点なしとなる確率より小さくなる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

テ の解答群

- ① 2 回目を投げない方が得点なしとなる確率は小さい
- ② 2 回目を投げた方が得点なしとなる確率は小さい
- ③ 2 回目を投げても投げなくても得点なしとなる確率は変わらない

ト の解答群

- | | | |
|--------|--------|--------|
| ① 2 以下 | ② 3 以下 | ③ 4 以下 |
| ④ 2 以上 | ⑤ 3 以上 | ⑥ 4 以上 |

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 整数 k が $0 \leq k < 5$ を満たすとする。 $77k = 5 \times 15k + 2k$ に注意すると、
 $77k$ を 5 で割った余りが 1 となるのは $k = \boxed{\text{ア}}$ のときである。

(2) 三つの整数 k, ℓ, m が

$$0 \leq k < 5, \quad 0 \leq \ell < 7, \quad 0 \leq m < 11$$

を満たすとする。このとき

$$\frac{k}{5} + \frac{\ell}{7} + \frac{m}{11} - \frac{1}{385} \dots\dots\dots \text{①}$$

が整数となる k, ℓ, m を求めよう。

① の値が整数のとき、その値を n とすると

$$\frac{k}{5} + \frac{\ell}{7} + \frac{m}{11} = \frac{1}{385} + n \dots\dots\dots \text{②}$$

となる。② の両辺に 385 を掛けると

$$77k + 55\ell + 35m = 1 + 385n \dots\dots\dots \text{③}$$

となる。これより

$$77k = 5(-11\ell - 7m + 77n) + 1$$

となることから、 $77k$ を 5 で割った余りは 1 なので $k = \boxed{\text{ア}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

同様にして

$$55\ell = 7(-11k - 5m + 55n) + 1$$

および

$$35m = 11(-7k - 5\ell + 35n) + 1$$

であることに注意すると、 $\ell = \boxed{\text{イ}}$ および $m = \boxed{\text{ウ}}$ が得られる。

なお、 $k = \boxed{\text{ア}}$ 、 $\ell = \boxed{\text{イ}}$ 、 $m = \boxed{\text{ウ}}$ を③に代入すると $n = 2$ であることがわかる。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(3) 三つの整数 x, y, z が

$$0 \leq x < 5, \quad 0 \leq y < 7, \quad 0 \leq z < 11$$

を満たすとする。次の形の整数

$$77 \times \boxed{\text{ア}} \times x + 55 \times \boxed{\text{イ}} \times y + 35 \times \boxed{\text{ウ}} \times z$$

を 5, 7, 11 で割った余りがそれぞれ 2, 4, 5 であるとする。このとき, x, y, z を求めよう。 $77 \times \boxed{\text{ア}} \times x$ を 5 で割った余りが 2 であることから $x = \boxed{\text{エ}}$ となる。同様にして $y = \boxed{\text{オ}}$, $z = \boxed{\text{カ}}$ となる。

x, y, z を上で求めた値として, 整数 p を

$$p = 77 \times \boxed{\text{ア}} \times x + 55 \times \boxed{\text{イ}} \times y + 35 \times \boxed{\text{ウ}} \times z$$

で定める。このとき, 5, 7, 11 で割った余りがそれぞれ 2, 4, 5 である整数 M は, ある整数 r を用いて $M = p + 385r$ と表すことができる。

(4) 整数 p を (3) で定めたものとする。 p^a を 5 で割った余りが 1 となる正の整数 a のうち, 最小のものは $a = 4$ である。また, p^b を 7 で割った余りが 1 となる正の整数 b のうち, 最小のものは $b = \boxed{\text{キ}}$ となる。さらに, p^c を 11 で割った余りが 1 となる正の整数 c のうち, 最小のものは $c = \boxed{\text{ク}}$ である。

p^8 を 385 で割った余りを q とするとき, q を求めよう。 p^8 を 5, 7, 11 で割った余りを利用して (3) と同様に考えると, $q = \boxed{\text{ケコサ}}$ であることがわかる。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 円と直線に関する次の定理を考える。

定理 3 点 P, Q, R は一直線上にこの順に並んでいるとし、点 T はこの直線上にないものとする。このとき、 $PQ \cdot PR = PT^2$ が成り立つならば、直線 PT は 3 点 Q, R, T を通る円に接する。

この定理が成り立つことは、次のように説明できる。

直線 PT は 3 点 Q, R, T を通る円 O に接しないとする。このとき、直線 PT は円 O と異なる 2 点で交わる。直線 PT と円 O との交点で点 T とは異なる点を T' とすると

$$PT \cdot PT' = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}$$

が成り立つ。点 T と点 T' が異なることにより、 $PT \cdot PT'$ の値と PT^2 の値は異なる。したがって、 $PQ \cdot PR = PT^2$ に矛盾するので、背理法により、直線 PT は 3 点 Q, R, T を通る円に接するといえる。

$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

① PQ ② PR ③ QR ④ QT ⑤ RT

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(2) $\triangle ABC$ において、 $AB = \frac{1}{2}$ ， $BC = \frac{3}{4}$ ， $AC = 1$ とする。

このとき、 $\angle ABC$ の二等分線と辺 AC との交点を D とすると、

$AD = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。直線 BC 上に、点 C とは異なり、 $BC = BE$ となる点

E をとる。 $\angle ABE$ の二等分線と線分 AE との交点を F とし、直線 AC との交点を G とすると

$$\frac{AC}{AG} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \frac{\triangle ABF \text{ の面積}}{\triangle AFG \text{ の面積}} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

線分 DG の中点を H とすると、 $BH = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。また

$$AH = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \quad CH = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

$\triangle ABC$ の外心を O とする。 $\triangle ABC$ の外接円 O の半径が

$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ であることから、線分 BH を $1 : 2$ に内分する点を I と

すると

$$IO = \frac{\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$$

であることがわかる。