

「新教育課程履修者」は、選択できません。

旧 数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 25)

[1] k, a, b, c を実数とする。 x の 4 次式

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 + kx - 8$$

は

$$(x^2 + ax + 4)(x^2 + bx - c)$$

と因数分解されているとする。

(1) $c =$ である。

(2) $a < b$ ならば、 $a =$, $b =$ であり、このとき
 $k =$ となる。

$a \geq b$ ならば、 $a =$, $b =$ であり、このとき
 $k =$ となる。

(旧数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I

[2] a を定数とし、 x の二つの不等式

$$\begin{cases} 7x + 2 < 3x + a & \dots\dots\dots ① \\ x + 11 < \sqrt{2}x + 5 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を考える。

下の , , には、次の①~④のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① $>$ ② $<$ ③ \geq ④ \leq ⑤ $=$

(1) $a = 10$ のとき、不等式①を満たす正の整数 x は 個である。

(2) 不等式②の解は

$$x \text{ } \sqrt{2} + \text{ }$$

である。

(3) ①と②の連立不等式を満たす整数 x がちょうど 10 個存在するような a の値の範囲は

$$\text{ } a \text{ }$$

である。

旧数学 I

第 2 問 (配点 25)

2 次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフの頂点の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。また

$$y = f(x) \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

は x の 2 次関数で、そのグラフは、 $\textcircled{1}$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

(1) 下の $\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ には、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- $\textcircled{0} >$ $\textcircled{1} <$ $\textcircled{2} \geq$ $\textcircled{3} \leq$ $\textcircled{4} \neq$

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \boxed{\text{ウ}} \quad \boxed{\text{エ}}$$

であり、最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \boxed{\text{オ}} \quad \boxed{\text{カ}}$$

である。

(旧数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I

(2) ②のグラフが点 $(-2, 0)$ を通るとき

$$q = p^2 + \boxed{\text{キ}} p + \boxed{\text{ク}},$$

$$f(x) = -(x + \boxed{\text{ケ}})(x - \boxed{\text{コ}} p - \boxed{\text{サ}})$$

である。

(3) 2次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

のときである。

旧数学 I

第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 4$ 、 $BC = 7$ 、 $CA = \sqrt{23}$ とし、点 A から辺 BC へ下ろした垂線と BC の交点を D とする。このとき

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad AD = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

点 C から直線 AB へ下ろした垂線と直線 AB の交点を E とすると、点 E は辺 AB の A の側の延長上にあり

$$BE = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \cos \angle DAE = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(旧数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

旧数学 I

さらに直線 AD と直線 CE の交点を F とする。このとき

$$AF = \frac{\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad BF = \frac{\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

となり、 $\triangle ABF$ の外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。また

$$\frac{\triangle ABD \text{ の面積}}{\triangle AEF \text{ の面積}} = \frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$$

である。

旧数学 I

第 4 問 (配点 20)

a を定数とし、 x の連立不等式

$$\begin{cases} x^2 - (2a^2 + 3a + 2)x + 2a^2 + 3a + 1 \geq 0 & \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ x^2 - (a^2 + 2a + 10)x \leq 0 & \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

を考える。

(1) ① の左辺の式を因数分解すると

$$(x - \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}}a^2 - \boxed{\text{ウ}}a - \boxed{\text{エ}})$$

である。

(2) この連立不等式 ①, ② の解は $a = 1$ のとき

$$\boxed{\text{オ}} \leq x \leq \boxed{\text{カ}}, \quad \boxed{\text{キ}} \leq x \leq \boxed{\text{クケ}}$$

である。

また、 $a = 4$ のとき

$$\boxed{\text{コ}} \leq x \leq \boxed{\text{サ}}$$

である。

(旧数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

旧数学 I

(3) すべての実数が ① を満たすための条件は $a = \boxed{\text{シ}}$, $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

したがって、 $a = \boxed{\text{シ}}$ のとき、この連立不等式 ①, ② の解は

$$\boxed{\text{タ}} \leq x \leq \boxed{\text{チツ}}$$

であり、 $a = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ のとき

$$\boxed{\text{テ}} \leq x \leq \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。