

工業数理基礎

(全問必答)

第1問 [解答記号 ~] (配点 34)

以下の空欄のうち、 ~ , ~ には、それぞれの解答群から最も適当なものを選んでマークし、それ以外には、当てはまる数字をマークせよ。

問1 自動車の耐衝突特性を適切に評価する必要がある。設計に必要な材料の変形特性は引張試験などによって測定され、実現象に合わせて高速で行われる必要がある。ここでは、材料の変形の評価方法と、高速変形を再現するための試験条件について考えてみよう。

図1に示す金属棒の引張試験について考えてみよう。初期(時間 t [s]が0s)の長さが l_0 [mm]の棒の一端を固定し、もう一端を一定の速さ v [mm/s]で軸方向に引っ張る(図1(a))。棒の伸長に伴って、棒の単位長さ当たりの伸び、すなわち伸び率は増加する。伸び率は「ひずみ」と呼ばれ、変形の評価尺度として用いられる。時間 t における棒の伸びが Δl [mm]であるとき、 l_0 を基準としたひずみ e は次式で表される。

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1)$$

また棒の伸び Δl は、時間 t と速さ v を用いて $\Delta l =$ と表される。これを式(1)へ代入すると、ひずみ e は次のとおり表される。

$$e = \frac{\text{ア}}{l_0} \quad (2)$$

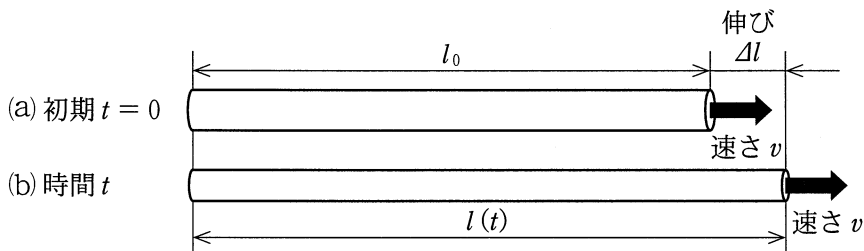


図 1

次に、ひずみの時間変化について考えてみよう。これは「ひずみ速度」と呼ばれる量で表され、時間 t における棒の長さ $l(t)$ (mm) を基準とした単位長さ当たりの引っ張り速度で定義される。時間 t において棒をさらに一定の速さ v で引っ張り続けるとき (図 1(b))、ひずみ速度 E [s^{-1}] は次式で表される。

$$E = \frac{v}{l(t)} \quad (3)$$

ここで時間 t における棒の長さ $l(t)$ は次式で表される。

$$l(t) = \boxed{\text{イ}}$$

上式を式(3)へ代入すると E は次のとおり表される。

$$E = \frac{v}{\boxed{\text{イ}}} \quad (4)$$

この結果から、 v が一定にもかかわらず、ひずみ速度 E は $\boxed{\text{ウ}}$ 。

例えば時速約 60 km/h で走行する自動車の衝突では、ひずみ速度が 100~数 100 s^{-1} 以上に及ぶ。ここでは、 l_0 が 8.0 mm の短い材料について、ひずみ e が 0.050 に達するまでの引張試験を、 E が 100 s^{-1} 以上で行うために必要な v を求めよう。式(2)から、試験完了時の v と t の積を求めると $vt = \boxed{\text{エ}} \cdot \boxed{\text{オ}} \times 10^{-1}$ である。これと目標のひずみ速度 $E = 100$ を式(4)に代入すると v の値は $\boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キ}} \times 10^2$ となる。すなわち引張試験は $\boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キ}} \times 10^2$ mm/s 以上で行う必要がある。

$\boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}$ の解答群

- | | | | |
|----------------|--------------------|--------------------------|----------------|
| ① $l_0 + vt$ | ② vt | ③ vt^2 | ④ $l_0 + vt^2$ |
| ⑤ $l_0 + l_0t$ | ⑥ $\frac{vt^2}{2}$ | ⑦ $l_0 + \frac{vt^2}{2}$ | ⑧ l_0t |

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

- ① 時間 t の経過に対して増加する。また l_0 を短くするほど減少する
- ② 時間 t の経過に対して増加する。また l_0 を短くするほど増加する
- ③ 時間 t の経過に対して減少する。また l_0 を短くするほど減少する
- ④ 時間 t の経過に対して減少する。また l_0 を短くするほど増加する

工業数理基礎

問 2 アルバム中に保存されているカラー写真は古くなると色あせることがある。

この現象を退色と呼ぶ。室温環境下では写真の退色は遅く、色を出す材料(色材)の寿命(画像が認識できなくなるまでの時間)の推定には何年もの実験期間がかかる。そこで、短い実験期間で色材の寿命を推定する方法を考えてみよう。なお、実験は光が当たらない環境で行うものとし、また、色材が塗布される紙の退色や劣化は無視する。

色材の寿命 D [日] は、次式のように、熱力学温度(絶対温度) T [K] との関係式で表されることが知られている。

$$D = A \times 10^{\frac{B}{T}} \quad (5)$$

なお、 A [日] および B [K] は正の定数で、実験によって求められる。これらを求めるために、まず、式(5)の両辺の常用対数をとると、式(6)が得られる。

$$\log_{10} D = \boxed{\text{ク}} + \frac{B}{T} \quad (6)$$

ここで、式(6)を、次式のような傾きが B 、 y 切片が $\boxed{\text{ク}}$ の1次関数

$$y = Bx + \boxed{\text{ク}} \quad (7)$$

に変形するために、式(6)の $\log_{10} D$ を y 、 $\boxed{\text{ケ}}$ を x とおく。式(5)より、温度が高いほど寿命が短くなることから、高温環境下での実験で得られた寿命の測定値を用いて、式(7)の B と $\boxed{\text{ク}}$ を求める。この式から室温環境下の寿命を推定する。

$\boxed{\text{ク}} \cdot \boxed{\text{ケ}}$ の解答群

① A	② $-A$	③ $\log_{10} A$	④ $-\log_{10} A$
⑤ $\log_{10} T$	⑥ $\log_{10} \frac{1}{T}$	⑦ T	⑧ $\frac{1}{T}$

例として、ある1種類の色材について、80~100℃の高温環境下の実験で得られた寿命に対応する x, y のいくつかの点(●)を、図2のようにグラフに描く。そして、可能な限り多くの点の近くを通るように直線を引く。次に、この直線上の異なる2点である点P($3.00 \times 10^{-3}, 2.19$)、点Q($4.00 \times 10^{-3}, 6.32$)を読み取ることにより、直線の傾きが $\times 10^3$ 、 y 切片が と求められる。

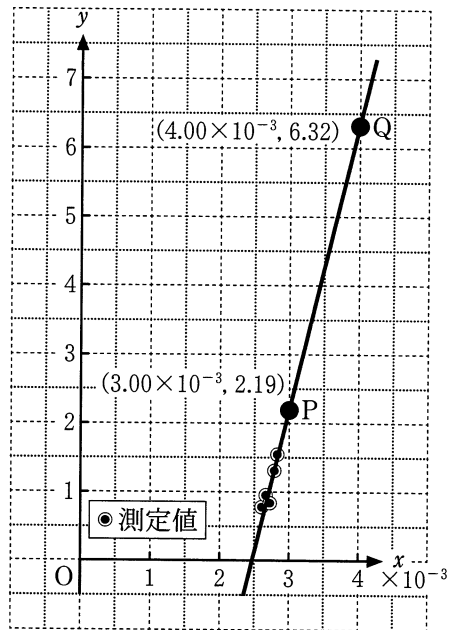


図 2

この直線の式を用いて、295 K(室温22℃)の寿命を推定すると、式(7)から $y =$ となり、これから、 D は 6.3×10^3 日、すなわち約17年となる。ここで、80℃での寿命は32日、100℃では7日なので、高温の条件を設定することで、はるかに短い実験期間で寿命の推定式を求めることができ、室温環境下の寿命を推定できる。

· の解答群

① - 10.5	② - 10.2	③ - 5.52	④ - 4.32	⑤ 0.236
⑥ 0.242	⑦ 2.19	⑧ 2.38	⑨ 4.13	⑩ 4.23

の解答群

① 1.6	② 2.3	③ 3.5	④ 3.8
-------	-------	-------	-------

工業数理基礎

第 2 問 (解答記号 ア ~ サ) (配点 34)

以下の空欄のうち、ア ~ ケ には、それぞれの解答群から最も適当なものを選んでマークし、それ以外には、当てはまる数字をマークせよ。

飛行機が空を飛ぶ際には、揚力と呼ばれる上向きの力が翼に発生し、この揚力により翼には曲げモーメントが働く。ここでは図 1 (a), (b) に示す 2 種類の翼について、翼の形状と曲げモーメントとの関係を考えてみよう。図 1 (a), (b) に示す 2 種類の翼ともに、翼面積は $S[\text{m}^2]$ 、翼の横幅は $L[\text{m}]$ で等しい。また、これら翼の単位面積当たりの揚力は一定とする。このとき、これら 2 種類の翼には同じ大きさの揚力が発生する。

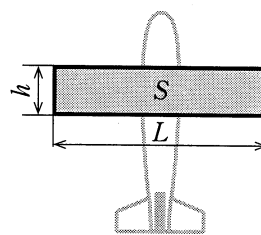
問 1 図 1 (a) は「^{くけいよく}矩形翼」と呼ばれ、翼の縦幅(前後方向長さ)が翼のどの場所においても一定の翼である。図 1 (a) に示すように、翼の縦幅を $h[\text{m}]$ とすると、 h は S , L を用いて $h =$ ア と表される。一方、図 1 (b) は「^{さきほそよく}先細翼」と呼ばれ、翼の縦幅が翼の付け根から先端に行くにつれて一定の割合で小さくなる翼である。図 1 (b) に示すように、翼の付け根の縦幅を $r[\text{m}]$ 、翼の先端の縦幅を $t[\text{m}]$ とすると、 $t + r$ は S , L を用いて、

$$t + r = \text{イ} \quad (1)$$

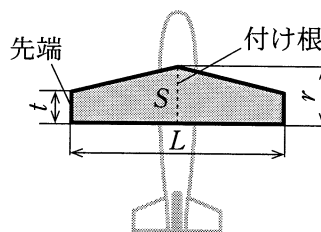
と表される。先細翼における t と r の比は先細比と呼ばれ、ここでは λ と表す。すなわち λ は次式で定義される。

$$\lambda = \frac{t}{r} \quad (2)$$

式(1), (2)から、 r , t は S , L , λ を用いて、 $r =$ ウ, $t =$ ウ $\cdot \lambda$ と表される。



(a) 矩形翼



(b) 先細翼

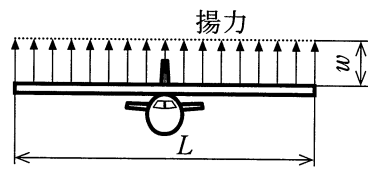
図 1

ア ~ ウ の解答群

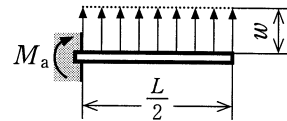
⑩ SL	① $\frac{L}{S}$	② $\frac{S}{L}$
③ $\frac{2S}{L}$	④ $\frac{L}{2S}$	⑤ $\frac{S}{2L}$
⑥ $\frac{S}{L(\lambda + 1)}$	⑦ $\frac{2S}{L(\lambda + 1)}$	⑧ $\frac{L(\lambda + 1)}{S}$
⑨ $\frac{L(\lambda + 1)}{2S}$		

問 2 図 1 の矩形翼，先細翼の付け根に働くそれぞれの曲げモーメントを求めてみよう。

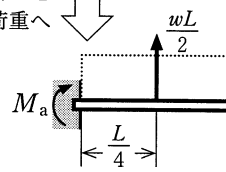
図 1 (a) の矩形翼を正面から見た場合，揚力の分布は図 2 (a) のように上向きの一様に分布する荷重(等分布荷重)として考えることができる。図 2 (a) の翼の付け根に働く曲げモーメントは，翼半分を図 2 (b) のような等分布荷重 w [N/m] を受ける長さ $\frac{L}{2}$ の片持ばり(一端を壁に埋め込んだはり)とみなし，このはりの固定端に働くモーメント M_a [N・m] として求めることができる。図 2 (b) の等分布荷重は，図 2 (c) のように，片持ばりの中央に作用する集中荷重に置き換えることができ，図 2 (c) から M_a を求めると式(3)のようになる。



(a) 矩形翼の揚力分布



分布荷重を集中荷重へ



(c)

図 2

$$M_a = \text{エ} \quad (3)$$

エ の解答群

⑩ wL^2	① $\frac{wL^2}{2}$	② $\frac{wL^2}{4}$	③ $\frac{wL^2}{8}$
----------	--------------------	--------------------	--------------------

工業数理基礎

次に、図1(b)の先細翼の翼の付け根に働く曲げモーメントについて考える。先細翼を正面から見た場合の揚力分布は、図3(a)に示すように、翼の付け根で大きく翼の先端に行くにつれて一定の割合で小さくなるような分布荷重として考えることができる。図3(a)の翼の付け根に働く曲げモーメントは、矩形翼のときと同様に考えて、図3(b)のような片持ばりの固定端に働くモーメント M_b (N・m) として求められる。ここで、はりの付け根、先端での分布荷重の大きさをそれぞれ w_r (N/m)、 w_t (N/m) とする。

M_b を求めるため、図3(c)のように、分布荷重を分布荷重の重心 G に作用する集中荷重 F (N) に置き換える。 F は分布荷重の面積を計算することで求められ、 $F = \boxed{\text{オ}}$ となる。一方、はりの付け根から点 G までの距離を e (m) とすると、 e は台形の重心を与える公式から、 $e = \frac{L(2w_t + w_r)}{6(w_t + w_r)}$ と表される。これらより、 M_b は式(4)のように表される。

$$M_b = F \times e = \frac{L^2}{24} (\boxed{\text{カ}}) \quad (4)$$

$\boxed{\text{オ}} \cdot \boxed{\text{カ}}$ の解答群

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| ① $L(w_t + w_r)$ | ④ $\frac{L}{2}(w_t + w_r)$ | ⑦ $\frac{L}{4}(w_t + w_r)$ |
| ② $\frac{L}{4}(w_r - w_t)$ | ⑤ $w_t + w_r$ | ⑧ $2w_t + w_r$ |
| ③ $4w_t + 2w_r$ | ⑥ $w_t + 2w_r$ | ⑨ $w_t + 4w_r$ |

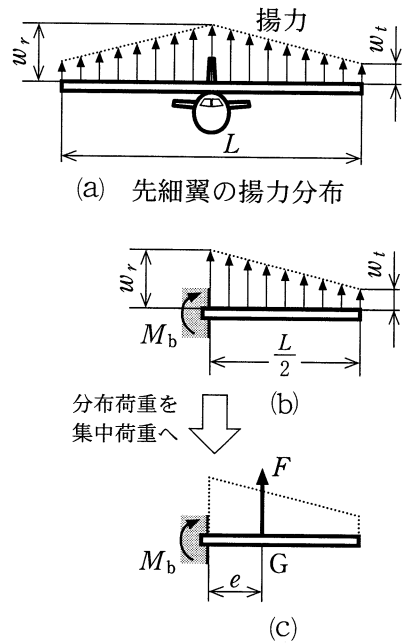


図 3

問 3 問 2 で求めた矩形翼, 先細翼の付け根に発生する曲げモーメント M_a , M_b の大小関係を調べてみよう。分布荷重の合力が揚力の大きさに等しくなるので, 矩形翼, 先細翼の揚力の大きさはそれぞれ, wL [N], $\frac{(w_t + w_r)L}{2}$ [N] となる。いま, これらが等しいことから, $w = \boxed{\text{キ}}$ の関係が成立する。これを式(3)に代入すると, M_a は式(5)のようになる。

$$M_a = \frac{L^2}{16} \left(\boxed{\text{ク}} \right) \quad (5)$$

式(4), (5)を用いて先細翼と矩形翼の付け根に発生する曲げモーメントの比を求めると, 式(6)のようになる。

$$\frac{M_b}{M_a} = \frac{2}{3} \times \frac{2w_t + w_r}{w_t + w_r} \quad (6)$$

ここで, w_t と w_r の比は先細翼の縦幅 t と r の比, すなわち問 1 で定義された先細比に等しくなるので, $\lambda = \frac{w_t}{w_r}$ が成り立つ。この関係を用いて, 式(6)を λ を用いて表すと,

$$\frac{M_b}{M_a} = \frac{2}{3} \times \boxed{\text{ケ}} \quad (7)$$

となる。先細翼の場合, $0 < \lambda < 1$ なので, 式(7)より, $\frac{2}{3} < \frac{M_b}{M_a} < 1$ の関係が得られる。例えば, $\lambda = \frac{2}{5}$ のとき, $\frac{M_b}{M_a} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となる。このよう

に, 同じ横幅, 翼面積を持つ矩形翼と先細翼とでは, 揚力の大きさが同じであっても, 翼の付け根に発生する曲げモーメントは先細翼の方が矩形翼よりも小さくなる。このため, 通常の飛行機では先細翼が採用される場合が多い。

$\boxed{\text{キ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ の解答群

① $\frac{w_t + w_r}{2}$	④ $\frac{w_t + w_r}{2L}$	⑦ $L(w_t + w_r)$
② $w_t + w_r$	⑤ $2w_t + w_r$	⑧ $\frac{w_t + w_r}{4}$
③ $\frac{\lambda + 2}{\lambda + 1}$	⑥ $\frac{\lambda + 1}{2\lambda + 1}$	⑨ $\frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}$

工業数理基礎

第3問 (解答記号 ア ~ コ) (配点 32)

以下の空欄のうち、カ ~ コ には、それぞれの解答群から最も適当なものを選んでマークし、それ以外には、当てはまる数字をマークせよ。

電気を用いる加熱装置で湯をつくり、常に一定量 1 kg/s で湯が使用される施設に給湯する場合において、消費される電力と要する費用を考えてみよう。加熱装置によって水は 50°C 昇温されるものとし、消費される電力はすべて水を熱するのに使われるとする。水と湯を移動させるのに必要な動力や、これらの移動時に生じる熱損失は無視できるものとする。水の比熱は $4.2 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ で一定であるとする。

問1 この施設で使用される湯を、図1のように加熱装置だけで過不足なく供給するためには、加熱装置で常に 1 s 当たり 1 kg の湯をつくることになる。 1 kg の水の温度を 50°C

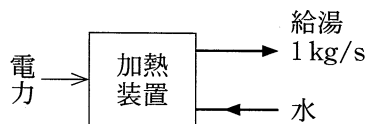
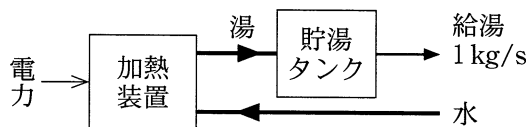


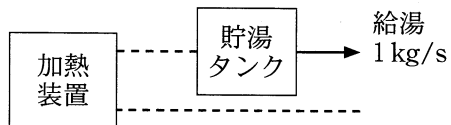
図 1

上げるためには、アイウ kJ の熱量が必要となる。加熱装置で消費される電力がすべて水を熱するのに使われるので、 $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ であることから、加熱装置の消費電力は アイウ kW となる。

問2 電力の使用料金は、時間帯によって異なることがある。図2のように貯湯タンクを付加した給湯システムを用いると、電気料金が安い時間帯に加熱装置を運転して給湯と貯湯を行い(図2(a))、それ以外の時間帯には加熱装置の運転を停止して、タンクに貯められた湯だけを用



(a) 加熱装置運転時



(b) 加熱装置停止時

図 2

いて給湯することが可能となる(図 2(b))。貯湯タンクでは熱損失を無視でき、湯の温度が一定に保たれるものとする。

以下では、加熱装置は消費電力 E [kW] で、1日 = 24h のうち連続して T [h] ($0 < T < 24$) の間だけ運転されるとしよう。その運転開始時刻から翌日の同時刻までの1日を考え、運転開始時刻からの経過時間を t [h] ($0 \leq t \leq 24$) で表す。

$0 \leq t \leq T$ では、加熱装置でつくる湯のうち 1 kg/s をその間の給湯に利用し、残りを貯湯タンクに貯める。その後は、タンクに貯まった分を使って給湯する。時間 t における貯湯タンクの湯量を $v(t)$ [kg] とし、 $t = 0$ と $t = 24$ で $v(t) = 0$ とすれば、1日の $v(t)$ の推移の概形は図 3 のようになり、 $v(t)$ は $t = T$ で最も大きくなる。この最大湯量を V [kg] と表すことにする。

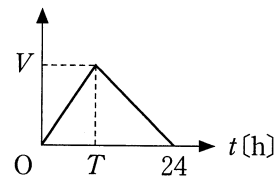


図 3

施設への給湯量は 1 kg/s であり、1 h = 3600 s なので、1 h の間の給湯量は 3600 kg である。したがって、例えば加熱装置の1日の運転時間 T を 4 h とすれば、 $t = 4$ で運転を止めた時に、その後の 20 h の間に給湯すべき $3600 \times \text{エオ}$ kg の湯が貯湯タンクに貯められていなければならない。このように、最大湯量 V は $T \leq t \leq 24$ の間の給湯量の合計に等しいので、 T を用いて次式のように表される。

$$V = 3600 \times \text{カ}$$

一方、加熱装置は、1日の給湯量である 3600×24 kg の湯を $0 \leq t \leq T$ の T [h] の間でつくらなければならないので、1 s 当たり キ [kg] の湯をつくることになる。よって、加熱装置の運転時の消費電力 E [kW] は、

$$E = \text{アイウ} \times \text{キ} \tag{1}$$

となり、 E は T の値によって決まる。

$\text{カ} \cdot \text{キ}$ の解答群

- | | | | |
|------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|
| ① T | ② $(24 - T)$ | ③ $\frac{24 - T}{24}$ | ④ $\frac{24}{24 - T}$ |
| ⑤ $\frac{T}{24}$ | ⑥ $\frac{24}{T}$ | ⑦ $\frac{24 - T}{T}$ | ⑧ $\frac{T}{24 - T}$ |

工業数理基礎

問 3 図 2 の給湯システムにおいて、加熱装置の 1 日の運転時間 T と費用との関係を考えてみよう。以下では、 $6 \leq T \leq 12$ の範囲で考えることにし、費用は、加熱装置の運転時にかかる電気代と、加熱装置および貯湯タンクの設備費からなるものとする。

まず、電気代を考えよう。ここでは、図 4 に示すように、電力量 1 kWh 当たりの電気料金が時間帯によって異なり、 $0 \leq t < 6$ の間は p [円/kWh]、 $6 \leq t \leq 12$ では q [円/kWh] で、 $0 < p < q$ であるとする。加熱装置は $0 \leq t \leq T$ の間だけ消費電力 E [kW] で湯をつくることから、1 日の電気代を x [円] とすると、 x は次式で表される。

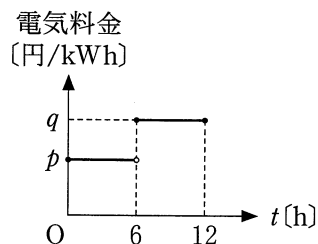


図 4

$$x = \left\{ \boxed{\text{ク}} + Tq \right\} E$$

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

- ① $6(p+q)$ ② $12(p+q)$ ③ $6(p-q)$ ④ $6(q-p)$

一方、1 日当たりの設備費は、加熱装置については消費電力 E に比例して $C_h E$ [円]、貯湯タンクについては最大湯量 V に比例して $C_v V$ [円] と表されるとする。ここで、 C_h [円/kWh] および C_v [円/kg] は、加熱装置および貯湯タンクのそれぞれの規模と設備費との関係を表す定数である。

以下では、具体的に $p = 12$ 、 $q = 16$ で、 $C_h = 20$ 、 $C_v = 0.1$ として考えてみよう。給湯にかかる 1 日の電気代と設備費の和 y [円] を計算して整理すると、

$$y = x + C_h E + C_v V = 89280 - 360 \times \left(\frac{56}{T} + T \right) \quad (2)$$

となり、 y を T の関数として表すことができる。式(2)から、 y は $T = 6$ のときよりも $T = 12$ のときの方が小さくなることがわかる。

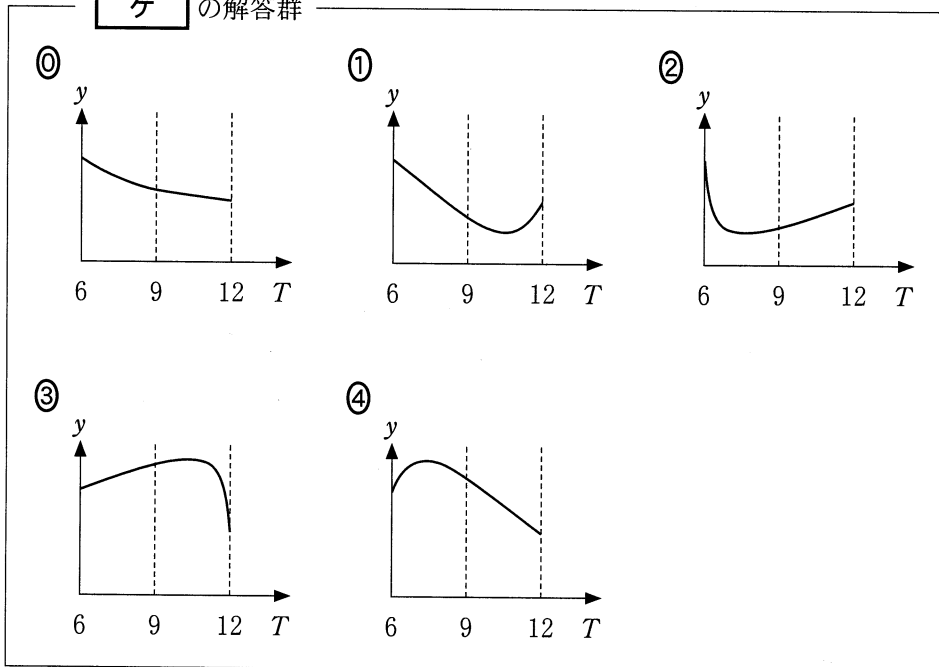
T を変化させると y がどのように変化するかを知るために、式(2)から y の導関数 y' を求めると、

$$y' = 360 \times \left(\frac{56}{T^2} - 1 \right) \quad (3)$$

となる。 y' が正になる T の範囲では、 T が増えるとともに y は増加し、 y' が負になる T の範囲では、 T が増えるとともに y は減少する。このことを利用して、 $6 \leq T \leq 12$ における y' の変化を式(3)から確認することにより、 T と y の関係を表すグラフの概形は **ケ** であることがわかる。

上記の検討によって、費用 y を最も小さくできるような T の値を設定できる。この T の値を式(1)に代入することによって、加熱装置の運転時の消費電力 E を **コ** kW として給湯システムを設計すればよいことがわかる。

ケ の解答群



コ の解答群

- ① 210 ② 420 ③ 560 ④ 670 ⑤ 840