第3問 （選択問題）（配点　20）

以下において考察する数列の項は，すべて実数であるとする。

(1)　等比数列$\{s_n\}$の初項が1，公比が2であるとき

$$s_1 s_2 s_3 = \boxed{\text{ア}}, \quad s_1 + s_2 + s_3 = \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2)　$\{s_n\}$を初項x，公比rの等比数列とする。a，bを実数(ただし$a \neq 0$)とし，$\{s_n\}$の最初の3項が

$$s_1 s_2 s_3 = a^3 \quad \cdots\cdots ①$$

$$s_1 + s_2 + s_3 = b \quad \cdots\cdots ②$$

を満たすとする。このとき

$$xr = \boxed{\text{ウ}} \quad \cdots\cdots ③$$

である。さらに，②，③を用いてr，a，bの満たす関係式を求めると

$$\boxed{\text{エ}}\,r^2 + \left(\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}\right)r + \boxed{\text{キ}} = 0 \quad \cdots\cdots ④$$

を得る。④を満たす実数rが存在するので

$$\boxed{\text{ク}}\,a^2 + \boxed{\text{ケ}}\,ab - b^2 \leqq 0 \quad \cdots\cdots ⑤$$

である。

逆に，a，bが⑤を満たすとき，③，④を用いてr，xの値を求めることができる。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(3)　$a = 64$，$b = 336$ のとき，(2)の条件 ①，② を満たし，公比が 1 より大きい等比数列 $\{s_n\}$ を考える。③，④ を用いて $\{s_n\}$ の公比 r と初項 x を求めると，

$r = \boxed{\text{コ}}$，$x = \boxed{\text{サシ}}$ である。

$\{s_n\}$ を用いて，数列 $\{t_n\}$ を

$$t_n = s_n \log_{\boxed{\text{コ}}} s_n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定める。このとき，$\{t_n\}$ の一般項は $t_n = \left(n + \boxed{\text{ス}}\right) \cdot \boxed{\text{コ}}^{\,n+\boxed{\text{セ}}}$ である。$\{t_n\}$ の初項から第 n 項までの和 U_n は，$U_n - \boxed{\text{コ}}\,U_n$ を計算することにより

$$U_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}\,n + \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \cdot \boxed{\text{コ}}^{\,n+\boxed{\text{ツ}}} - \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

であることがわかる。