数　学

記述式を含む

参考問題例

～問題例 1～

〔1〕 次の**問題**に対する解答には誤った式変形が含まれている。誤りである式変形を下の記号A～Dのうちから一つ選び，その式変形が誤りである理由を説明せよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(あ)}}$ に記述せよ。

問題 a を実数とするとき，次の式を簡単にせよ。

(1) $\sqrt{a^2+2a+1}$

(2) $\sqrt{a^4+2a^2+1}$

(1)の解答

$$\underline{\sqrt{a^2+2a+1}}_{①}$$
$$=\underline{\sqrt{(a+1)^2}}_{②}$$
$$=\underline{a+1}_{③}$$

(2)の解答

$$\underline{\sqrt{a^4+2a^2+1}}_{④}$$
$$=\underline{\sqrt{(a^2+1)^2}}_{⑤}$$
$$=\underline{a^2+1}_{⑥}$$

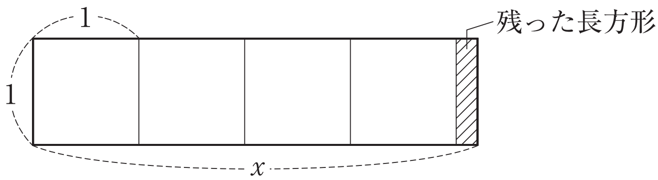
A：①から②への式変形

B：②から③への式変形

C：④から⑤への式変形

D：⑤から⑥への式変形

〔２〕　１より大きい実数 x に対して，縦の長さが１で横の長さが x である長方形を考える。この長方形の中に，下の図のように１辺の長さが１の正方形を敷き詰める。このとき，残った長方形がもとの長方形と相似であるような x のことを一般に貴金属比という。特に，敷き詰めた正方形が１個のときは黄金比，２個のときは白銀比，３個のときは青銅比と呼ばれている。



次の問いに答えよ。ただし，必要に応じて 12 ページの平方根の表を用いてもよい。

(1)　縦の長さが１で横の長さが a である長方形に，１辺の長さが１の正方形を３個敷き詰めたとき，残った長方形がもとの長方形と相似であった。

このとき，a の小数部分を求めよ。

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}} - \boxed{\text{ウ}}}{2}$$

(2)　縦の長さが 1 で横の長さが b である長方形に，1 辺の長さが 1 の正方形を 9 個敷き詰めたとき，残った長方形がもとの長方形と相似であった。

このとき，b の小数部分を，小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めよ。

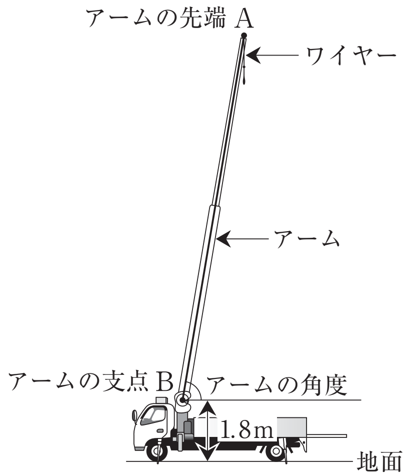
0. $\boxed{\text{エオカ}}$

(3)　縦の長さが 1 で横の長さが c である長方形に，1 辺の長さが 1 の正方形を n 個敷き詰めたとき，残った長方形がもとの長方形と相似であった。また，c の小数部分を，小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めたところ，0. 162 であった。

このとき，n を求めよ。

$n = \boxed{\text{キ}}$

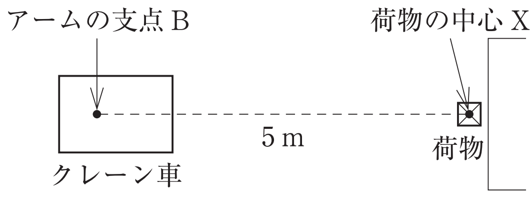
〔3〕 引っ越しのとき，大きい荷物の搬入に右のようなクレーン車を使用することがある。



クレーン車に関する名称を右の図のようにし，アームの先端を A，アームの支点を B とする。アームの支点 B はどのクレーン車においても地面から 1.8 m の高さにあり，作業する地面は，つねに水平であるとする。また，支点 B を通る水平面とアームを線分とみたてた AB とのなす角の大きさをアームの角度と呼ぶことにし，アームの角度は 90° を超えないものとする。次の問いに答えよ。ただし，必要に応じて 13 ページの三角比の表を用いてもよい。

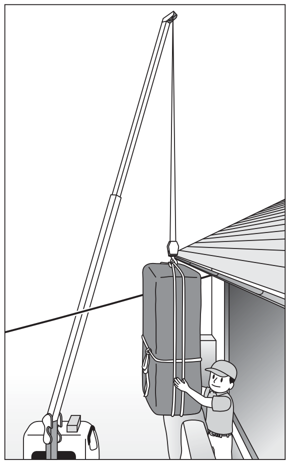
(1) アームの長さ AB を 10 m とし，長さは変えないものとする。

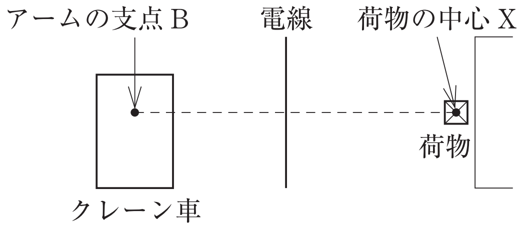
(i) 下の図はクレーン車と荷物の位置関係を真上から見たものであり，クレーン車のアームの支点 B から荷物の中心 X までの水平距離は 5 m である。アームの先端 A が荷物の中心 X の真上にくるようにするためには，アームの角度は何度にすればよいかを求めよ。 $\boxed{\text{クケ}}$ °



真上から見た図

(ii)　下の図のように，クレーン車と建物の間に電線がある場合を考える。電線は A，B，X を通る平面に垂直で，地面から 5 m の高さにあり，クレーン車のアームの支点 B から電線までの水平距離は 2 m である。アームが電線の上側にあるときのアームの角度を，下の⓪～⑦のうちから**すべて**選べ。 $\boxed{\text{コ}}$

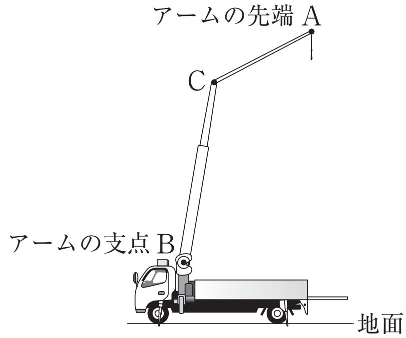




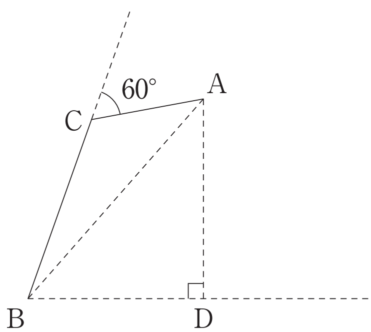
真上から見た図

⓪　40°	①　45°	②　50°	③　55°
④　60°	⑤　65°	⑥　70°	⑦　75°

(2) アームの全長が8mであり，アームの先端Aから3mの支点Cで屈折できるようなクレーン車がある。このとき，支点Bを通る水平面と，線分BC及び線分ABのなす角をそれぞれアームの角度，アームの先端までの角度と呼ぶことにする。ただし，アームの長さは変えないものとする。

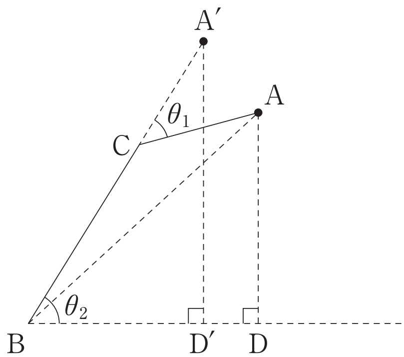


(i) 下の図のように，支点Cで60°屈折させる。このときのアームの角度とアームの先端までの角度を比べるために，∠CBAの大きさを知りたい。∠CBAの大きさとして，最も近いものを，次の⓪〜⑦のうちから一つ選べ。ただし，点Dは，支点Bを通る水平面上にあるアームの先端Aの真下の点とし，点A，B，C，Dは，すべて同一平面上にあるものとする。 $\boxed{\text{サ}}$



⓪ 15°　① 17°　② 20°　③ 22°
④ 25°　⑤ 27°　⑥ 30°　⑦ 32°

(ii) 下の図のように，支点 C で角度 θ_1 だけ屈折させる。アームの角度が θ_2 のとき，支点 B を通る水平面上において，アームの先端 A の真下の点 D と，屈折させる前の先端 A′ の真下の点 D′ の位置を比べたい。線分 DD′ の長さを θ_1，θ_2 を用いた式で表せ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(い)}}$ に記述せよ。ただし，$0° < \theta_1 < 90°$，$0° < \theta_2 < 90°$，$\theta_1 < \theta_2$ とし，点 A，A′，B，C，D，D′ は，すべて同一平面上にあるものとする。



～問題例 2～

〔1〕 太郎さんと花子さんが働いている弁当屋では，ランチ弁当を販売している。その売り上げを伸ばすために，チラシ配りのアルバイトを雇っている。

次の表は，このアルバイトの人数ごとに，1日の弁当の売上個数の平均値をまとめたものである。アルバイトの人数が0人のときのデータはチラシを配らなかった日の売上個数の平均値を表している。

アルバイトの人数	0	1	2	3	4
弁当の売上個数(平均値)	120.0	137.9	145.3	151.0	155.8

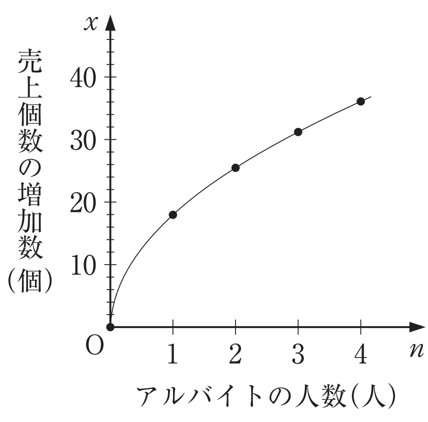
二人の会話を読んで，下の問いに答えよ。

太郎：アルバイトを増やすほど売上個数が増えているね。もっとアルバイトを増やせば，さらに売り上げが伸びるんじゃないかな。

花子：でも，アルバイトの数が増えるにつれて，売上個数の増え方はだんだん減っているよ。それに，アルバイトを増やすと経費が増えるから，利益が増えるかどうかをよく考えないと。

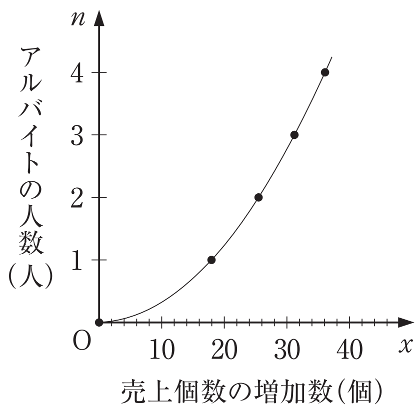
太郎：アルバイトの人数を n 人として横軸に，チラシを配らなかった日と比べたときの売上個数の増加数を x 個として縦軸にとったグラフをかいて傾向を調べてみよう。

アルバイトの人数　n(人)	0	1	2	3	4
弁当の売上個数の増加数　x(個)	0.0	17.9	25.3	31.0	35.8



花子：２次関数のグラフが横になったようなグラフだね。

太郎：縦軸と横軸を入れ替えてみようよ。



花子：２次関数のグラフに見えるね。

太郎：$n = ax^2$ の関係が成り立っているようだね。$n = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ に対して，x^2 と n の比を求めてみると，$\dfrac{x^2}{n}$ の小数第１位を四捨五入したものは，すべて $\boxed{\text{ア}}$ になっているので，$n > 4$ も含めて $n \geqq 0$ に対して $n = \dfrac{x^2}{\boxed{\text{ア}}}$ が成り立つと仮定して考えてみよう。

(1) $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる最も適当な数を，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

⓪ 18	① 40	② 180	③ 250
④ 320	⑤ 480	⑥ 640	

花子：利益がどれくらい増えるかが大事だから，アルバイト代や弁当１個あたりの利益に基づいて考えないと。

太郎：アルバイト一人あたり１日 800 円だからアルバイト代は $800n$ 円，弁当１個あたりの利益は 220 円だったね。

花子：利益の増加額を y 円とすると，y は弁当１個あたりの利益と売上個数の増加数 x の積からアルバイト代を引いた式で表せるね。

$n = \dfrac{x^2}{\boxed{\text{ア}}}$ を使うと，y を x だけで表すことができるよ。

太郎：y を x で表した式を作って計算すると，

$$y = \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x^2 + \boxed{\text{オカキ}}\,x$$

となるね。この式の y が $x \geqq 0$ の範囲で最大になるときを考えればいいんだね。①

(2) $\boxed{\text{イウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オカキ}}$ に当てはまる数を答えよ。

(3) 下線部①に関して，一般に，２次関数 $y = f(x)$ が $x > 0$ の範囲で最大値をもつのは，$y = f(x)$ のグラフがどのような特徴をもつときか。そのグラフの特徴を，二つの語句「凸」と「頂点の x 座標」を用いて説明せよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(う)}}$ に記述せよ。

花子：y の値を最大にする x の値が求まれば，$n = \dfrac{x^2}{\boxed{\text{ア}}}$ を使ってそのときの n が求められるね。

太郎：これで，利益の増加額を最大にするアルバイトの人数がわかるね。

(4) 太郎さんと花子さんの考え方によると，利益の増加額を最大にするためには，アルバイトの人数は何人にすればよいか。最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。ただし，必要に応じて12ページの平方根の表を用いてもよい。 $\boxed{\text{ク}}$

⓪ アルバイトを雇わない方がよい。

① 1人	② 2人	③ 3人	④ 4人
⑤ 5人	⑥ 6人	⑦ 7人	⑧ 8人

⑨ アルバイトが多ければ多いほどよい。

平方根の表

n	$\sqrt{n}$	n	$\sqrt{n}$	n	$\sqrt{n}$	n	$\sqrt{n}$
1	1.0000	26	5.0990	51	7.1414	76	8.7178
2	1.4142	27	5.1962	52	7.2111	77	8.7750
3	1.7321	28	5.2915	53	7.2801	78	8.8318
4	2.0000	29	5.3852	54	7.3485	79	8.8882
5	2.2361	30	5.4772	55	7.4162	80	8.9443
6	2.4495	31	5.5678	56	7.4833	81	9.0000
7	2.6458	32	5.6569	57	7.5498	82	9.0554
8	2.8284	33	5.7446	58	7.6158	83	9.1104
9	3.0000	34	5.8310	59	7.6811	84	9.1652
10	3.1623	35	5.9161	60	7.7460	85	9.2195
11	3.3166	36	6.0000	61	7.8102	86	9.2736
12	3.4641	37	6.0828	62	7.8740	87	9.3274
13	3.6056	38	6.1644	63	7.9373	88	9.3808
14	3.7417	39	6.2450	64	8.0000	89	9.4340
15	3.8730	40	6.3246	65	8.0623	90	9.4868
16	4.0000	41	6.4031	66	8.1240	91	9.5394
17	4.1231	42	6.4807	67	8.1854	92	9.5917
18	4.2426	43	6.5574	68	8.2462	93	9.6437
19	4.3589	44	6.6332	69	8.3066	94	9.6954
20	4.4721	45	6.7082	70	8.3666	95	9.7468
21	4.5826	46	6.7823	71	8.4261	96	9.7980
22	4.6904	47	6.8557	72	8.4853	97	9.8489
23	4.7958	48	6.9282	73	8.5440	98	9.8995
24	4.8990	49	7.0000	74	8.6023	99	9.9499
25	5.0000	50	7.0711	75	8.6603	100	10.0000

三 角 比 の 表

角度	sin	cos	tan	角度	sin	cos	tan
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—