数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

数学Ⅰ・数学A　（注）この科目には，選択問題があります。（25ページ参照。）

第1問（必答問題）（配点　30）

〔1〕　$(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})=\boxed{\text{アイ}}$ であるから，$19-5\sqrt{13}$ は正の実数である。$19+5\sqrt{13}$ の正の平方根を α とし，$19-5\sqrt{13}$ の正の平方根を β とする。このとき

$$\alpha^2+\beta^2=\boxed{\text{ウエ}},\qquad \alpha\beta=\boxed{\text{オ}}$$

であり

$$(\alpha+\beta)^2=\boxed{\text{カキ}},\qquad (\alpha-\beta)^2=\boxed{\text{クケ}}$$

である。したがって

$$\alpha=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}+\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

$$\beta=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}-\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は28ページに続く。）

〔2〕 a を定数とする。実数 x に関する二つの条件 p，q を次のように定める。

$$p：-1 \leqq x \leqq 3$$
$$q：|x-a| > 3$$

条件 p，q の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$ で表す。

(1) 命題「$p \Longrightarrow q$」が真であるような a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ソタ}}, \quad \boxed{\text{チ}} < a$$

である。

(2) $a = \boxed{\text{チ}}$ のとき，$x = \boxed{\text{ツ}}$ は命題「$p \Longrightarrow q$」の反例である。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

(3) 実数 x に関する条件 r を次のように定める。

r： $3 < x \leqq 4$

次の $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

$a = 1$ のとき，条件「$\overline{p}$ かつ $\overline{q}$」は条件 r であるための $\boxed{\text{テ}}$ 。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない

① 十分条件であるが，必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔3〕 a を4以上の定数とし，$f(x)=(x-a)(x-4)+4$ とおく。

(1) 2次関数 $y=f(x)$ の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}a^2+\boxed{\text{ヌ}}\,a$ である。

(2) 2次関数 $y=f(x)$ の $a-2 \leqq x \leqq a+2$ における最大値は $\boxed{\text{ネ}}\,a$ である。

また，2次関数 $y=f(x)$ の $a-2 \leqq x \leqq a+2$ における最小値は

$4 \leqq a \leqq \boxed{\text{ノ}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}a^2+\boxed{\text{ヌ}}\,a$ であり，

$\boxed{\text{ノ}} < a$ のとき，$\boxed{\text{ハヒ}}\,a+\boxed{\text{フヘ}}$ である。

第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕　$\triangle$ABPにおいて，$\mathrm{AP}=6$，$\mathrm{BP}=2\sqrt{17}$，$\sin\angle\mathrm{PAB}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

$\mathrm{AB}<\mathrm{AP}$とする。

次の $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～②のうちから一つ選べ。

$\mathrm{AB}=\boxed{\text{ア}}$ であり，$\angle\mathrm{PAB}$は $\boxed{\text{イ}}$ である。

⓪　鋭角　　　①　直角　　　②　鈍角

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

直線AB上に点Cを，3点A，B，Cがこの順に並び，かつ $\mathrm{CP} = 3\sqrt{17}$ となるようにとる。このとき

$$\mathrm{AC} = \boxed{\text{ウ}}, \quad \mathrm{BC} = \boxed{\text{エ}}$$

である。したがって，△PBCの外接円の半径 R は

$$R = \frac{\boxed{\text{オカ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。この外接円の中心をOとすると

$$\mathrm{AO}^2 - R^2 = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

〔2〕 高等学校(中等教育学校を含む)の卒業者のうち，大学または短期大学に進学した者の割合(以下，進学率)と，就職した者の割合(以下，就職率)が47の都道府県別に公表されている。

(1) 図1は2016年度における都道府県別の進学率のヒストグラムであり，図2は2016年度における都道府県別の就職率の箱ひげ図である。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

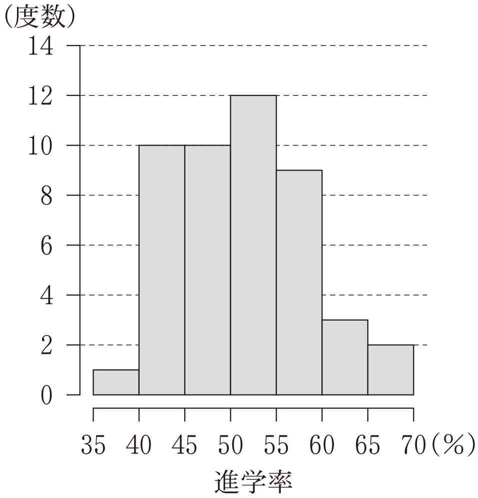


図1 2016年度における進学率のヒストグラム

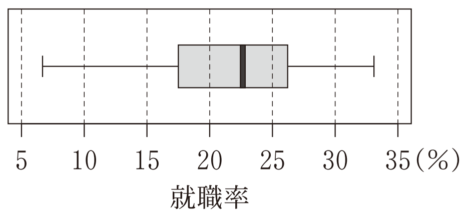


図2 2016年度における就職率の箱ひげ図

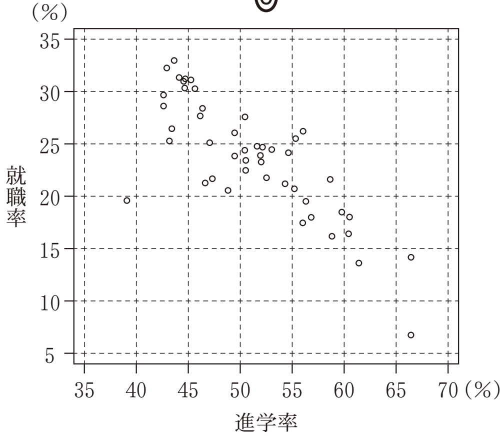
(出典：文部科学省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

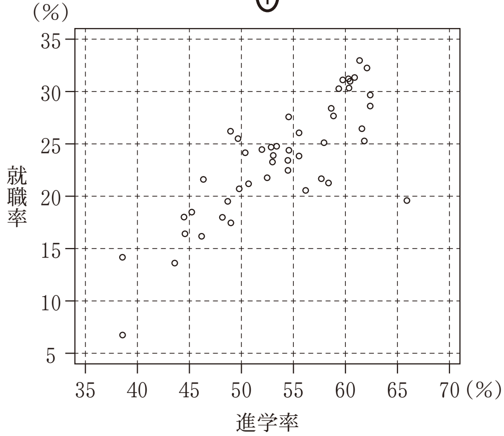
次の $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

2016 年度における都道府県別の進学率(横軸)と就職率(縦軸)の散布図は $\boxed{\textbf{サ}}$ である。

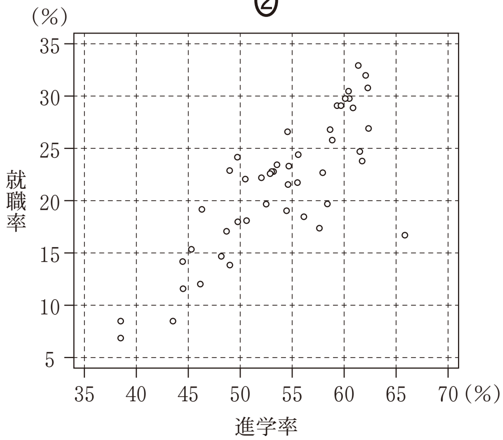
⓪



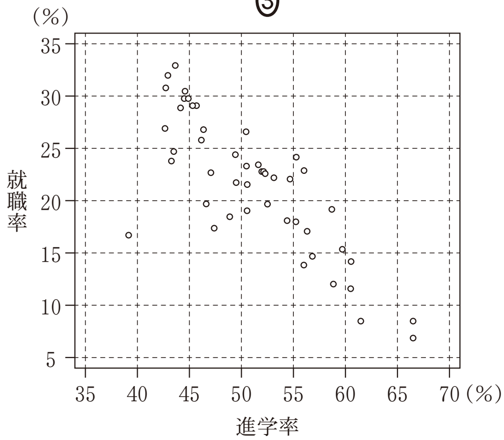
①



②



③



(数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。)

⑵　図3は，1973年度から2018年度まで，5年ごとの10個の年度(それぞれを時点という)における都道府県別の進学率(上側)と就職率(下側)を箱ひげ図で表したものである。ただし，設問の都合で1993年度における箱ひげ図は表示していない。

次の $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つ選べ。

図3から読み取れることとして，正しい記述は $\boxed{\text{シ}}$ である。

⓪　1993年度を除く9時点すべてにおいて，進学率の左側のひげの長さと右側のひげの長さを比較すると，右側の方が長い。

①　2003年度，2008年度，2013年度，2018年度の4時点すべてにおいて，就職率の左側のひげの長さと右側のひげの長さを比較すると，左側の方が長い。

②　2003年度，2008年度，2013年度，2018年度の4時点すべてにおいて，就職率の四分位範囲は，それぞれの直前の時点より減少している。

③　1993年度を除く時点ごとに進学率と就職率の四分位範囲を比較すると，つねに就職率の方が大きい。

④　就職率について，1993年度を除くどの時点においても最大値は最小値の2倍以上である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

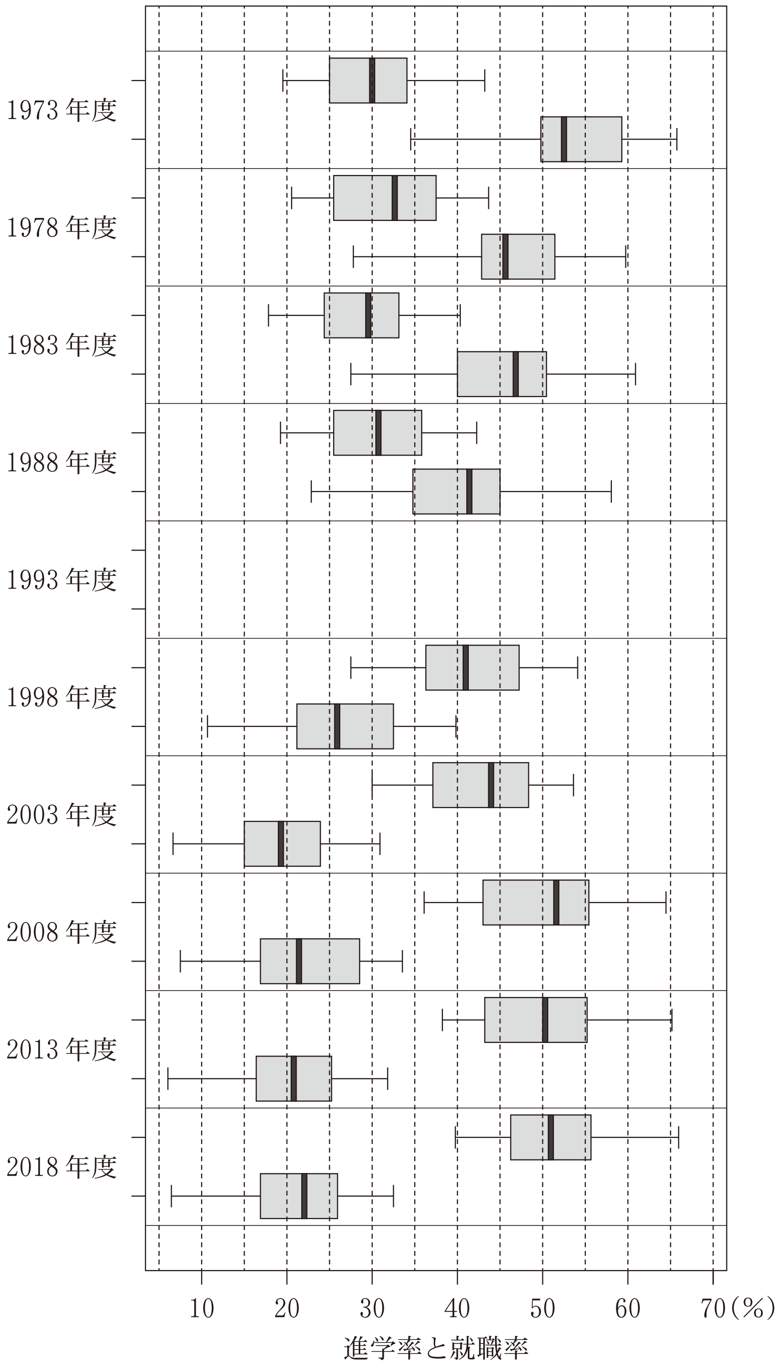


図 3　進学率（上側）と就職率（下側）の箱ひげ図

（出典：文部科学省の Web ページにより作成）

（数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。）

⑶　図4は，1993年度における都道府県別の進学率(横軸)と就職率(縦軸)の散布図である。

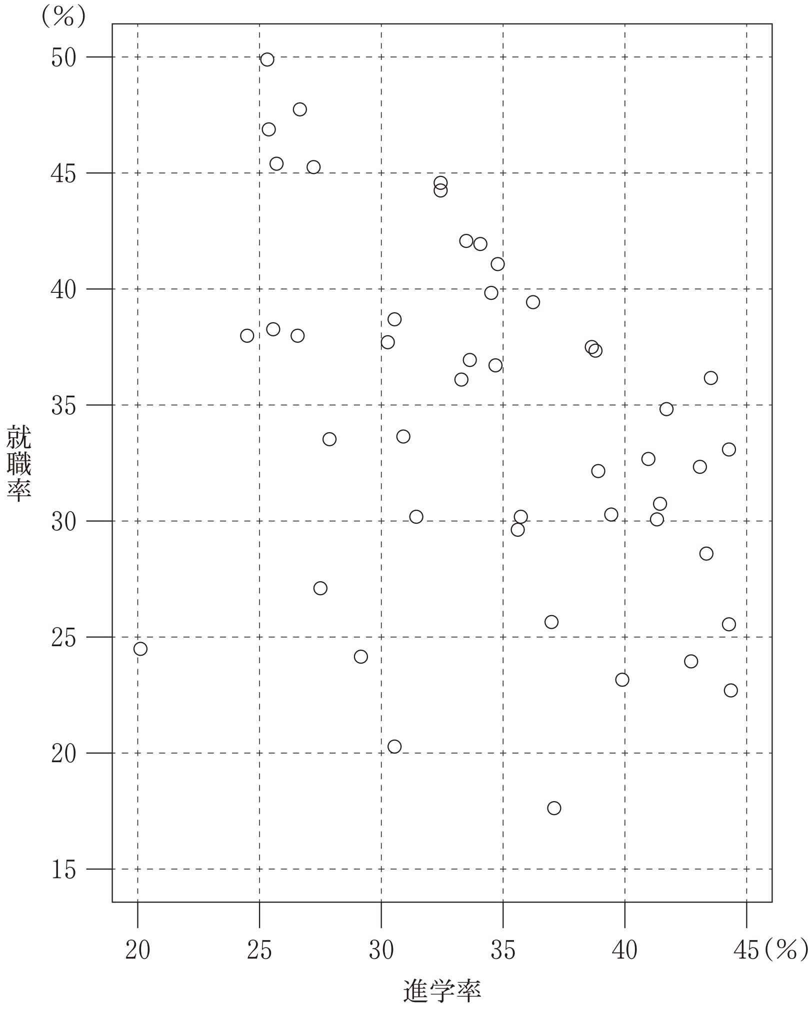


図4　1993年度における進学率と就職率の散布図

(出典：文部科学省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次の $\boxed{ス}$, $\boxed{セ}$ に当てはまる最も適当なものを，それぞれの解答群から一つずつ選べ。

1993 年度における就職率の $\boxed{ス}$ は 34.8 % である。

また，1993 年度における進学率の $\boxed{ス}$ は $\boxed{セ}$ % である。

$\boxed{ス}$ の解答群

⓪ 最小値	① 中央値	② 最大値
③ 第 1 四分位数	④ 第 3 四分位数	⑤ 四分位範囲

$\boxed{セ}$ の解答群

⓪ 10.0	① 20.1	② 29.7
③ 34.5	④ 39.7	⑤ 44.4

（数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。）

(4) 図4に示した1993年度における都道府県別の進学率と就職率の相関係数を計算したところ，-0.41 であった。就職率が45 % を超えている5都道府県を黒丸で示したのが図5である。

次の ソ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

就職率が45 % を超えている5都道府県を除外したときの相関係数を r とおくと， ソ である。

⓪ $r < -0.41$　① $r = -0.41$　② $-0.41 < r < 0$

③ $r = 0$　④ $0 < r < 0.41$　⑤ $r \geqq 0.41$

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

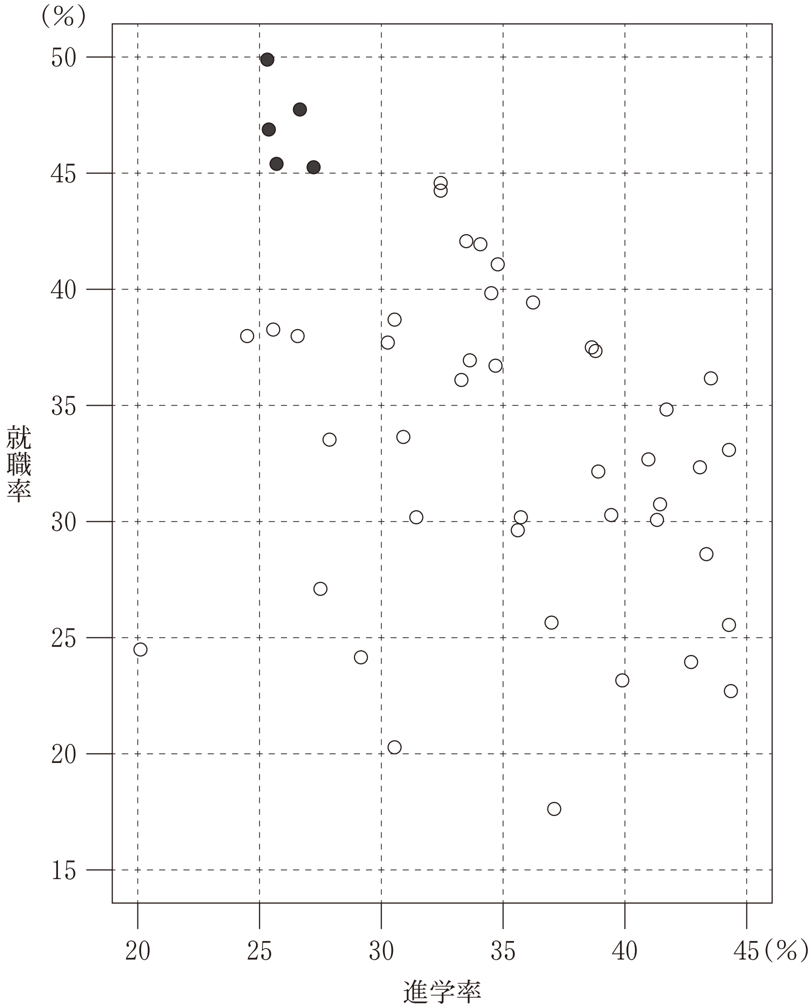


図5　1993年度における進学率と就職率の散布図

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(5) 1993年度における進学率X，就職率Yについて，Xの平均値の2乗の値を求めたい。X^2の平均値，Yの平均値と標準偏差，XとYの共分散と相関係数は表1のとおりであった。ただし，XとYの共分散とは，Xの偏差とYの偏差の積の平均値である。なお，表1の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

表1　2乗の平均値，平均値，標準偏差，共分散，および相関係数

X^2の平均値	Yの平均値	Yの標準偏差	XとYの共分散	XとYの相関係数
1223	34	7.6	-20	-0.41

また，必要であれば以下の事実を用いてもよい。

nを自然数とする。実数値のデータu_1，u_2，…，u_nに対して，平均値を$\overline{u}$，分散をs^2とおくと

$$s^2 = \frac{{u_1}^2 + {u_2}^2 + \cdots + {u_n}^2}{n} - (\overline{u})^2$$

が成り立つ。

Xの標準偏差は，小数第2位を四捨五入すると，$\boxed{タ}$.$\boxed{チ}$である。

次の$\boxed{ツ}$に当てはまる数値として最も近いものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

Xの平均値の2乗の値は$\boxed{ツ}$である。

⓪ 1122　① 1156　② 1182　③ 1223
④ 1260　⑤ 1296　⑥ 1332　⑦ 1369

第3問 （選択問題）（配点　20）

つぼの中に6個の赤玉と4個の白玉の合計10個の玉が入っている。このつぼから，玉を1個ずつ10回続けて取り出す。ただし，一度取り出した玉はもとに戻さないものとする。

(1)　1回目と2回目に連続して赤玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　i を2から9までの整数とし，i 回目と $(i+1)$ 回目に連続して赤玉が取り出される確率 p_i を考える。同じ色の玉は区別しない場合，10個すべての玉の取り出し方は，取り出した玉を1列に並べる並べ方の総数に等しく，$\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りである。それらのうち，8回目の取り出しを終えた時点で白玉がすべて取り出されている取り出し方は $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。よって，p_9 の値は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。また，p_3 の値は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3)　4回目の取り出しを終えた時点で赤玉が2個以上取り出されている確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。よって，4回目の取り出しを終えた時点で赤玉が2個以上取り出されていたとき，1回目と2回目に連続して赤玉が取り出されている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(4) 4回目の取り出しを終えた時点で赤玉が2個以上取り出されていたとき，9回目と10回目に連続して赤玉が取り出される条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ である。

(5) つぼからまず3個の玉を同時に取り出して，玉の色は確認せずに印をつけてつぼに戻したのち，改めて玉を1個ずつ10回続けて取り出す。一度取り出した玉はもとに戻さない。9回目と10回目に連続して印のついた赤玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

(1)　不定方程式

$$7x - 31y = 1 \quad \cdots\cdots ①$$

を満たす自然数 x，y の組の中で，x が最小のものは

$$x = \boxed{\text{ア}}, \quad y = \boxed{\text{イ}}$$

であり，不定方程式 ① のすべての整数解は，k を整数として

$$x = \boxed{\text{ウエ}}\,k + \boxed{\text{ア}}, \quad y = \boxed{\text{オ}}\,k + \boxed{\text{イ}}$$

と表せる。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

⑵　自然数 n に対し，n^2 を $\boxed{\text{オ}}$ で割った余りが $\boxed{\text{イ}}$ となるのは，n を $\boxed{\text{オ}}$ で割った余りが，$\boxed{\text{カ}}$ または $\boxed{\text{キ}}$ のときである。ただし，$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答の順序は問わない。

⑶　不定方程式 ① の整数解 y のうち，ある自然数 n を用いて $y = n^2$ と表せるものを小さい方から四つ並べると

$$\boxed{\text{ク}},\quad \boxed{\text{ケコ}},\quad \boxed{\text{サシス}},\quad \boxed{\text{セソタ}}$$

である。

⑷　$\sqrt{31(7x-1)}$ が整数であるような自然数 x のうち，$x \geqq 1000$ を満たす最小のものは $\boxed{\text{チツテト}}$ である。x が $\boxed{\text{チツテト}}$ のとき，$\sqrt{31(7x-1)}$ の値は $\boxed{\text{ナニヌ}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

△PBD の辺 PB 上に2点 P，B のいずれとも異なる点 A をとり，辺 PD 上に2点 P，D のいずれとも異なる点 C をとる。4点 A，B，C，D が同一円周上にあり，AB = 2，PC = 2，PD = 12 のとき，PA = $\boxed{\text{ア}}$ である。

点 M を線分 AB の中点とし，点 N を線分 CD の中点とする。線分 AB を直径とする円と線分 CD を直径とする円が点 E で接していて，3点 M，E，N が一直線上にこの順に並んでいるとする。このとき

$$\mathrm{MN} = \boxed{\text{イ}}, \quad \mathrm{PE} = \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また

$$\cos \angle \mathrm{MPN} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

線分 PN 上に点 F を直線 MF と直線 PN が垂直に交わるようにとり，線分 PM 上に点 G を直線 NG と直線 PM が垂直に交わるようにとる。このとき

$$\mathrm{PF} = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \qquad \mathrm{PG} = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。さらに，線分 MF と線分 NG の交点を J とする。このとき

$$\mathrm{JE} = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$$

である。