

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 関数 $y = -2^{2x} + 2^{x+4} - 48$ について考える。

(1) $t = 2^x$ とおく。 y を t の式で表すと

$$y = \boxed{\text{ア}} \left(t - \boxed{\text{イ}} \right)^2 + \boxed{\text{ウエ}}$$

となる。

$x = 1$ のとき、 $y = \boxed{\text{オカキ}}$ である。 $x \geq 1$ のとき、 y は $x = \boxed{\text{ク}}$

で最大値 $\boxed{\text{ケコ}}$ をとる。

(2) $k > 1$ とする。 x が $1 \leq x \leq k$ の範囲を動くとき、 y の最小値が

$\boxed{\text{オカキ}}$ であるような k の値の範囲は

$$1 < k \leq \log_2 \boxed{\text{サシ}}$$

である。この範囲に含まれる最大の整数の値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) $y = 0$ を満たす x は二つある。そのうちの小さい方は である。

また、大きい方は を満たす。 に当てはまるものを、次の

①～⑨のうちから一つ選べ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

① $1 < x < 1.2$ ④ $1.2 < x < 1.3$ ⑦ $1.5 < x < 1.6$

② $2.4 < x < 2.5$ ⑤ $2.5 < x < 2.6$ ⑧ $2.6 < x < 2.8$

③ $3.5 < x < 3.6$ ⑥ $3.6 < x < 3.8$ ⑨ $4.2 < x < 4.4$

⑩ $x > 10$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

〔2〕 関数 $f(x) = \sqrt{3} \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos 3x$ について考える。

(1) 三角関数の加法定理および合成を用いると

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \sin 3x + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{チ}}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} \cos 3x \\ &= \boxed{\text{ト}} \sin\left(3x + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \pi\right) \end{aligned}$$

と表される。ただし、 $0 < \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \pi \leq 2\pi$ とする。

したがって、 $f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。また、 $f(x)$ の正の周期

のうち最小のものは $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \pi$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) $f(x)$ を $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲で考えたとき、実数 t に対して $f(x) = t$ とな

る x の値の個数 N を調べよう。 $3x + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\pi$ のとり得る値の範囲に

注意すると、次のことがわかる。

$|t| > \boxed{\text{ヌ}}$ のとき、 $N = \boxed{\text{ハ}}$ である。

$t = \boxed{\text{ヌ}}$ のとき、 $N = \boxed{\text{ヒ}}$ である。

$t = f(0)$ のとき、 $N = \boxed{\text{フ}}$ である。

$|t| < \boxed{\text{ヌ}}$ かつ $t \neq f(0)$ のとき、 $N = \boxed{\text{ヘ}}$ である。

$t = -\boxed{\text{ヌ}}$ のとき、 $N = \boxed{\text{ホ}}$ である。

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

a, b, c を実数とし、関数 $f(x) = x^3 - 1$, $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C_1 とし、曲線 $y = g(x)$ を C_2 とする。 C_2 は点 $A(-1, -2)$ を通り、 C_2 の A における接線は C_1 の A における接線と一致するものとする。

- (1) 曲線 C_1 の点 A における接線を l とする。 $f'(-1) = \boxed{\text{ア}}$ により、 l の方程式は $y = \boxed{\text{イ}}x + \boxed{\text{ウ}}$ である。また、原点 O と直線 l の距離は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

- (2) 曲線 C_2 の点 A における接線は(1)の直線 l と一致しているので、 $g'(-1) = \boxed{\text{カ}}$ である。したがって、 b, c を a を用いて表すと、 $b = \boxed{\text{キ}}a, c = \boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}$ となる。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

- (3) $a = -2$ のとき、関数 $g(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ で極大値 $\frac{\boxed{\text{スセソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ をとり、
 $x = \boxed{\text{ツ}}$ で極小値 $\boxed{\text{テトナ}}$ をとる。

- (4) $a < 0$ とする。 $-2 \leq x \leq -1$ において、曲線 C_1 と C_2 および直線 $x = -2$ で囲まれた図形の面積を S_1 とする。また、 $-1 \leq x \leq 1$ において、曲線 C_1 と C_2 および直線 $x = 1$ で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき、
 $S = S_1 + S_2$ とおくと、 $S = \boxed{\text{ニ}}$ と表される。 $\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① $\int_{-2}^{-1} \{g(x) - f(x)\} dx + \int_{-1}^1 \{f(x) - g(x)\} dx$

② $\int_{-2}^{-1} \{f(x) - g(x)\} dx + \int_{-1}^1 \{g(x) - f(x)\} dx$

③ $\int_{-2}^1 \{g(x) - f(x)\} dx$

④ $\int_{-2}^1 \{f(x) - g(x)\} dx$

これを計算することにより、 $S = \boxed{\text{ヌネ}} a$ となる。

第3問 (選択問題) (配点 20)

初項 a_1 が 1 であり、次の条件 ①, ② によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考えよう。

$$a_{2n} = a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

$$a_{2n+1} = a_n + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

(1) ① により $a_2 = a_1$ となるので $a_2 = 1$ であり, ② により $a_3 = a_1 + a_2$ となるので $a_3 = 2$ である。同様に

$$a_4 = \boxed{\text{ア}}, \quad a_5 = \boxed{\text{イ}}, \quad a_6 = \boxed{\text{ウ}}, \quad a_7 = \boxed{\text{エ}}$$

である。

また, a_{18} については, $a_{18} = a_9$ により $a_{18} = \boxed{\text{オ}}$ であり, a_{38} については, $a_{38} = a_{19} = a_9 + a_{10}$ により $a_{38} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(2) k を自然数とする。① により $\{a_n\}$ の第 $3 \cdot 2^k$ 項は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

- (3) 数列 $\{a_n\}$ の第3項以降を次のように群に分ける。ただし、第 k 群は 2^k 個の項からなるものとする。

$$\begin{array}{ccccccc}
 a_3, a_4 & | & a_5, a_6, a_7, a_8 & | & a_9, \dots, a_{16} & | & a_{17}, \dots \\
 \text{第1群} & & \text{第2群} & & \text{第3群} & &
 \end{array}$$

2以上の自然数 k に対して、 $\sum_{j=1}^{k-1} 2^j = \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}$ なので、第 k 群

の最初の項は、 $\{a_n\}$ の第 $\left(\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{サ}} \right)$ 項であり、第 k 群の最後

の項は、 $\{a_n\}$ の第 $\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{シ}}$ 項である。ただし、 $\boxed{\text{ケ}}$ 、 $\boxed{\text{シ}}$ については、当てはまるものを、次の①～④のうちから一つずつ選べ。同じものを選んでよい。

- ① $k-2$ ② $k-1$ ③ k ④ $k+1$ ⑤ $k+2$

第 k 群に含まれるすべての項の和を S_k 、第 k 群に含まれるすべての奇数番目の項の和を T_k 、第 k 群に含まれるすべての偶数番目の項の和を U_k とする。たとえば

$$\begin{array}{lll}
 S_1 = a_3 + a_4, & T_1 = a_3, & U_1 = a_4 \\
 S_2 = a_5 + a_6 + a_7 + a_8, & T_2 = a_5 + a_7, & U_2 = a_6 + a_8
 \end{array}$$

であり

$$S_1 = \boxed{\text{ス}}, \quad S_2 = \boxed{\text{セ}}, \quad T_2 = \boxed{\text{ソ}}, \quad U_2 = \boxed{\text{タ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(4) (3)で定めた数列 $\{S_k\}$, $\{T_k\}$, $\{U_k\}$ の一般項をそれぞれ求めよう。

①により $U_{k+1} = \boxed{\text{チ}}$ となる。また、 $\{a_n\}$ の第 2^k 項と第 2^{k+1} 項が等しいことを用いると、②により $T_{k+1} = \boxed{\text{ツ}}$ となる。したがって、 $S_{k+1} = T_{k+1} + U_{k+1}$ を用いると、 $S_{k+1} = \boxed{\text{テ}}$ となる。 $\boxed{\text{チ}}$, $\boxed{\text{ツ}}$, $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを、次の①~⑨のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- | | | |
|-----------------------|-------------------|----------|
| ① S_k | ④ $S_k + 3k$ | ⑦ T_k |
| ③ U_k | ⑤ $2S_k$ | ⑧ $2T_k$ |
| ⑥ $2T_k + 2k - 1$ | ⑧ $2T_k + k(k+1)$ | ⑨ $3S_k$ |
| ⑨ $3S_k + (k-1)(k-2)$ | | |

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

以上のことから

$$S_k = \boxed{\text{ト}}, \quad T_k = \boxed{\text{ナ}}, \quad U_k = \boxed{\text{ニ}}$$

である。 $\boxed{\text{ト}}$ 、 $\boxed{\text{ナ}}$ 、 $\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑩のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① $2k^2 - 4k + 3$

① 3^{k-1}

② $2^{k+1} - 2k - 1$

③ $2^{k+2} - 2k^2 - 5$

④ $4k^2 - 8k + 6$

⑤ $2 \cdot 3^{k-1}$

⑥ $2^{k+2} - 4k - 2$

⑦ $2^{k+3} - 4k^2 - 10$

⑧ $6k^2 - 12k + 9$

⑨ 3^k

⑨ $3 \cdot 2^{k+1} - 6k - 3$

⑩ $3 \cdot 2^{k+2} - 6k^2 - 15$

第4問 (選択問題) (配点 20)

1辺の長さが1のひし形ABCDにおいて、 $\angle BAD > 90^\circ$ とする。直線BC上に、点Cとは異なる点Eを、 $|\overrightarrow{DE}| = 1$ を満たすようにとる。以下、 $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{q}$ とし、 $\vec{p} \cdot \vec{q} = x$ とおく。

(1) $|\overrightarrow{BD}|^2 = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}x$ である。

(2) \overrightarrow{AD} と \overrightarrow{BE} は平行なので、実数 s を用いて $\overrightarrow{AE} = \vec{p} + s\vec{q}$ と表すことができる。 $|\overrightarrow{DE}| = 1$ であることと、点Eは点Cと異なる点であることにより、 $s = \boxed{\text{ウエ}}x + \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) $|\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{BE}|$ を満たす x の値を求めよう。

(2)により、 $\overrightarrow{AE} = \vec{p} + (\boxed{\text{ウエ}}x + \boxed{\text{オ}})\vec{q}$ である。 $|\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{BE}|$ と

$\angle BAD > 90^\circ$ により、 $x = \frac{\boxed{\text{カ}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ が得られる。

したがって

$$\overrightarrow{AE} = \vec{p} + \frac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}\vec{q} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(4) x を(3)で求めた値とし、点Fを直線ACに関して点Eと対称な点とする。

$|\vec{EF}|$ を求めよう。

点Bと点Dが直線ACに関して対称な点であることに注意すると、

①により、 $\vec{AF} = \frac{\boxed{\text{シ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{p} + \vec{q}$ と表せる。したがって、

$\vec{EF} = \frac{\boxed{\text{ソタ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}} \vec{DB}$ である。

また、 $|\vec{BD}| = |\vec{BE}|$ であり、(2)により $\vec{BE} = (\boxed{\text{ウエ}}x + \boxed{\text{オ}})\vec{q}$ と

なるので、 $|\vec{BD}| = \frac{\boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ を得る。ゆえに、 $|\vec{EF}| = \boxed{\text{ニ}}$

である。

(5) x を(3)で求めた値とし、点Rを $\triangle ABD$ の外接円の中心とする。 \vec{AR} を \vec{p} と \vec{q} を用いて表そう。

$\triangle ABD$ は $AB = AD$ を満たす二等辺三角形であるから、点Rは直線AC上にある。点Fを(4)で定めた点とし、線分ADの中点をMとする。(4)の結果を用いることにより、 \vec{AD} と \vec{FM} は垂直であることが確かめられる。よって、点Rは直線ACと直線FMの交点であり、実数 t を用いて $\vec{AR} = t\vec{AF} + (1-t)\vec{AM}$ と表すことができる。 t を求めることにより、

$\vec{AR} = \frac{\boxed{\text{ヌ}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノハ}}} (\vec{p} + \vec{q})$ が得られる。

第5問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて31ページの正規分布表を用いてもよい。

有権者数が1万人を超えるある地域において、選挙が実施された。

- (1) 今回実施された選挙の有権者全員を対象として、今回の選挙と前回の選挙のそれぞれについて、投票したか、棄権した(投票しなかった)かを調査した。今回の選挙については

今回投票, 今回棄権

の2通りのどちらであるかを調べ、前回の選挙については、選挙権がなかった者が含まれているので

前回投票, 前回棄権, 前回選挙権なし

の3通りのいずれであるかを調べた。この調査の結果は下の表のようになった。たとえば、この有権者全体において、今回棄権かつ前回投票の人の割合は10%であることを示している。このとき、今回投票かつ前回棄権の人の割合は **アイ** % である。

	前回投票	前回棄権	前回選挙権なし
今回投票	45 %	アイ %	3 %
今回棄権	10 %	29 %	1 %

この有権者全体から無作為に1人を選ぶとき、今回投票の人が選ばれる確率は0. **ウエ** であり、前回投票の人が選ばれる確率は0. **オカ** である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

また、今回の有権者全体から 900 人を無作為に抽出したとき、その中で、今回棄権かつ前回投票の人数を表す確率変数を X とする。このとき、 X は二項分布 $B(900, 0.\text{キク})$ に従うので、 X の平均(期待値)は ケコ 、標準偏差は $\text{サ}.\text{シ}$ である。

次に、 X が 105 以上になる確率を求めよう。 $Z = \frac{X - \text{ケコ}}{\text{サ}.\text{シ}}$ とおくと、標本数は十分に大きいので、 Z は近似的に標準正規分布に従う。よって、この確率は $0.\text{スセ}$ と求められる。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (2) 今回の有権者全体を母集団とし、支持する政党がある人の割合(母比率) p を推定したい。このとき、調査する有権者数について考えよう。

母集団から n 人を無作為に抽出したとき、その中で、支持する政党がある人の割合(標本比率)を確率変数 R で表すと、 R は近似的に平均 p 、標準偏差 $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ の正規分布に従う。

実際に、 n 人を無作為に抽出して得られた標本比率の値を r とすると、 n が十分に大きいとすれば、標準偏差を $\sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$ で置き換えることにより、 p に対する信頼度 95 % の信頼区間 $C \leq p \leq D$ を求めることができる。その信頼区間の幅は $L = D - C = 1.96 \times \boxed{\text{ソ}}$ になる。 $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまる最も適当なものを、次の①~⑤のうちから一つ選べ。

- ① $\frac{\sqrt{r(1-r)}}{n}$ ② $\frac{\sqrt{2r(1-r)}}{n}$ ③ $\frac{2\sqrt{r(1-r)}}{n}$
- ④ $\sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{2r(1-r)}{n}}$ ⑥ $2\sqrt{\frac{r(1-r)}{n}}$

過去の調査から、母比率はおよそ 50 % と予想されることから、 $r = 0.5$ とする。このとき、 $L = 0.1$ になるような n の値を求めると、 $n = \boxed{\text{タチツ}}$ であり、この n の値は十分に大きいと考えられる。ただし、 $1.96^2 = 3.84$ として計算すること。

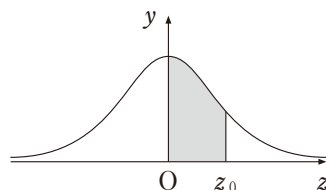
$\boxed{\text{タチツ}}$ 人を調査して、 p に対する信頼度 95 % の信頼区間を求めると、この信頼区間の幅 L は $\boxed{\text{テ}}$ 。 $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまる最も適当なものを、次の①~③から一つ選べ。

- ① r の値によって変化せず、一定である
- ② r の値によって変化して、 $r = 0.5$ のとき最大となる
- ③ r の値によって変化して、 $r = 0.5$ のとき最小となる

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990